	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
		PAGINA: 1 de 8

26.

FECHA	01 de Marzo de 2019
--------------	---------------------

Señores
UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA
 BIBLIOTECA
 Ciudad

UNIDAD REGIONAL	Sede Fusagasugá
TIPO DE DOCUMENTO	Tesis
FACULTAD	Educación
NIVEL ACADÉMICO DE FORMACIÓN O PROCESO	Pregrado
PROGRAMA ACADÉMICO	Licenciatura en Matemáticas

El Autor(Es):

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS	No. DOCUMENTO DE IDENTIFICACIÓN
Cárdenas Córdoba	Jerson Hamyr	1.069.749.963
Suarez Poveda	Johanna Julieth	1.070.981.313

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
 Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
 www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
 NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
 Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*



**MACROPROCESO DE APOYO
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL
REPOSITORIO INSTITUCIONAL**

**CÓDIGO: AAAR113
VERSIÓN: 3
VIGENCIA: 2017-11-16
PAGINA: 2 de 8**

Director(Es) y/o Asesor(Es) del documento:

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS
Barreto Moreno	Martha Lidia

TÍTULO DEL DOCUMENTO
Modelación matemática computacional de las técnicas de pateo en el Taekwondo

SUBTÍTULO (Aplica solo para Tesis, Artículos Científicos, Disertaciones, Objetos Virtuales de Aprendizaje)

TRABAJO PARA OPTAR AL TÍTULO DE: Aplica para Tesis/Trabajo de Grado/Pasantía
Licenciado en Matemáticas

AÑO DE EDICIÓN DEL DOCUMENTO	NÚMERO DE PÁGINAS
2019	76

DESCRIPTORES O PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS (Usar 6 descriptores o palabras claves)	
ESPAÑOL	INGLÉS
1. Modelación	Tracker
2. Biomecánica	C++
3. Dollyo Chagui	
4. Trayectoria	
5. Análisis estadístico	
6. Taekwondo	

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 3 de 8

RESUMEN DEL CONTENIDO EN ESPAÑOL E INGLÉS

(Máximo 250 palabras – 1530 caracteres, aplica para resumen en español):

La presente investigación muestra una de las tantas aplicaciones de la matemática en el deporte y la biomecánica, para ello se contó con la participación de algunos practicantes del Taekwondo, de tal manera que se analizó la trayectoria de la técnica de pateo Dollyo Chagui por medio de la modelación matemática y computacional, empleando videos procesados en el software Tracker, ajustando cada uno de los desplazamientos (horizontal y vertical) de la patada a una función; a partir de estos resultados se dedujo matemáticamente la magnitud de posición con el fin de comparar las trayectorias modeladas y obtenidas por medio de un código de C++ y generar su gráfica (El objetivo de C++ es utilizar el código como información para una aplicación generadora de gráficas como Gnuplot); esto permite realizar predicciones con tan solo unas condiciones iniciales y así mismo optimizar la ejecución de la patada. La muestra estadística seleccionada se caracteriza de acuerdo al grado, nivel o cinturón que posee cada deportista, esto ayudara a establecer diferencias entre las técnicas de principiantes y avanzados. Los datos estadísticos se estudiaron en el programa Excel, hallando el margen de error de cada patada ejecutada con su respectivo ajuste, lo cual permitió concluir que la trayectoria de la patada de aquellos deportistas que poseen mejor técnica, por lo general los de nivel avanzado, se ajusta al modelo matemático deducido con un mínimo margen de error, en cambio los principiantes o los de grado inferior que poca técnica tienen, se aleja al ajuste encontrado, por lo cual su margen de error fue aún mayor. Además, se encontró que la predicción deseada depende de: la distancia horizontal, la distancia vertical (existentes entre el deportista y el objeto a golpear) y el tiempo de ejecución de la patada. De lo anteriormente planteado la optimización de la Dollyo Chagui se puede minimizar conociendo tan solo dos condiciones iniciales y un parámetro, y no sería necesario utilizar algún software que analice videos.

The present investigation shows one of the many applications of mathematics in sports and biomechanics, for this it was counted with the participation of some Taekwondo practitioners, in such a way that the trajectory of the Dollyo Chagui kicking technique was analyzed by means of mathematical and computational modeling, using videos processed in the Tracker software, adjusting each one of the displacements (horizontal and vertical) of the kick to a function; from these results, the position magnitude was mathematically deduced in order to compare the modeled and obtained trajectories by means of a C++ code and generate its graph (The objective of C++ is to use the code as information for a graph generating application as Gnuplot); this allows to make predictions with just a few initial conditions and likewise optimize the execution of the kick. The selected statistical sample is characterized according to the degree, level or belt that each athlete possesses, this will help to establish differences between the beginner and advanced techniques. The statistical data were studied in the Excel program, finding the margin of error of each kick executed with its respective adjustment, which allowed to conclude that the trajectory of the kick of those athletes who have better technique, usually those of advanced level, it is adjusted to the mathematical model deduced with a minimum margin of error, whereas the beginners or those of lower grade who have little technique, move away from the found adjustment, for which their margin of error was even greater. In addition, it was found that the desired prediction depends on: the horizontal distance, the vertical distance (existing between the athlete and the object to be hit) and the execution time of the kick. From the above, the optimization of Dollyo Chagui can be minimized by knowing only two initial conditions and a parameter, and it would not be it is necessary to use some software that analyzes videos.



MACROPROCESO DE APOYO
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL
REPOSITORIO INSTITUCIONAL

CÓDIGO: AAAr113
VERSIÓN: 3
VIGENCIA: 2017-11-16
PAGINA: 4 de 8

--

AUTORIZACION DE PUBLICACIÓN

Por medio del presente escrito autorizo (Autorizamos) a la Universidad de Cundinamarca para que, en desarrollo de la presente licencia de uso parcial, pueda ejercer sobre mí (nuestra) obra las atribuciones que se indican a continuación, teniendo en cuenta que, en cualquier caso, la finalidad perseguida será facilitar, difundir y promover el aprendizaje, la enseñanza y la investigación.

En consecuencia, las atribuciones de usos temporales y parciales que por virtud de la presente licencia se autoriza a la Universidad de Cundinamarca, a los usuarios de la Biblioteca de la Universidad; así como a los usuarios de las redes, bases de datos y demás sitios web con los que la Universidad tenga perfeccionado una alianza, son:
Marque con una "X":

AUTORIZO (AUTORIZAMOS)	SI	NO
1. La reproducción por cualquier formato conocido o por conocer.	x	

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 5 de 8

2. La comunicación pública por cualquier procedimiento o medio físico o electrónico, así como su puesta a disposición en Internet.	x	
3. La inclusión en bases de datos y en sitios web sean éstos onerosos o gratuitos, existiendo con ellos previa alianza perfeccionada con la Universidad de Cundinamarca para efectos de satisfacer los fines previstos. En este evento, tales sitios y sus usuarios tendrán las mismas facultades que las aquí concedidas con las mismas limitaciones y condiciones.	x	
4. La inclusión en el Repositorio Institucional.	x	

De acuerdo con la naturaleza del uso concedido, la presente licencia parcial se otorga a título gratuito por el máximo tiempo legal colombiano, con el propósito de que en dicho lapso mi (nuestra) obra sea explotada en las condiciones aquí estipuladas y para los fines indicados, respetando siempre la titularidad de los derechos patrimoniales y morales correspondientes, de acuerdo con los usos honrados, de manera proporcional y justificada a la finalidad perseguida, sin ánimo de lucro ni de comercialización.

Para el caso de las Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, de manera complementaria, garantizo(garantizamos) en mi(nuestra) calidad de estudiante(s) y por ende autor(es) exclusivo(s), que la Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía en cuestión, es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi(nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro (aseguramos) que no contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas, por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos de la Tesis o Trabajo de Grado es de mí (nuestra) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

Sin perjuicio de los usos y atribuciones otorgadas en virtud de este documento, continuaré (continuaremos) conservando los correspondientes derechos patrimoniales sin modificación o restricción alguna, puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación de los derechos patrimoniales derivados del régimen del Derecho de Autor.



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 6 de 8

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “*Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores*”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables. En consecuencia, la Universidad de Cundinamarca está en la obligación de RESPETARLOS Y HACERLOS RESPETAR, para lo cual tomará las medidas correspondientes para garantizar su observancia.

NOTA: (Para Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía):

Información Confidencial:

Esta Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, contiene información privilegiada, estratégica, secreta, confidencial y demás similar, o hace parte de la investigación que se adelanta y cuyos resultados finales no se han publicado.

SI ___ NO x.

En caso afirmativo expresamente indicaré (indicaremos), en carta adjunta tal situación con el fin de que se mantenga la restricción de acceso.

LICENCIA DE PUBLICACIÓN

Como titular(es) del derecho de autor, confiero(erimos) a la Universidad de Cundinamarca una licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integrará en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha de inclusión en el repositorio, por un plazo de 5 años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del autor. El autor podrá dar por terminada la licencia solicitándolo a la Universidad por escrito. (Para el caso de los Recursos Educativos Digitales, la Licencia de Publicación será permanente).

b) Autoriza a la Universidad de Cundinamarca a publicar la obra en formato y/o soporte digital, conociendo que, dado que se publica en Internet, por este hecho circula con un alcance mundial.

c) Los titulares aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto, renuncian a recibir beneficio alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente licencia y de la licencia de uso con que se publica.

d) El(Los) Autor(es), garantizo(amos) que el documento en cuestión, es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi (nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro(aseguramos) que no

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono (091) 8281483 Línea Gratuita 018000976000
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2



MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 3
DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2017-11-16
	PAGINA: 7 de 8

contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas, por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos es de mí (nuestro) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

e) En todo caso la Universidad de Cundinamarca se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del autor y la fecha de publicación.

f) Los titulares autorizan a la Universidad para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

g) Los titulares aceptan que la Universidad de Cundinamarca pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

h) Los titulares autorizan que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados en los literales anteriores bajo los límites definidos por la universidad en el “Manual del Repositorio Institucional AAAM003”

i) Para el caso de los Recursos Educativos Digitales producidos por la Oficina de Educación Virtual, sus contenidos de publicación se rigen bajo la Licencia Creative Commons: Atribución- No comercial- Compartir Igual.



j) Para el caso de los Artículos Científicos y Revistas, sus contenidos se rigen bajo la Licencia Creative Commons Atribución- No comercial- Sin derivar.



Nota:

Si el documento se basa en un trabajo que ha sido patrocinado o apoyado por una entidad, con excepción de Universidad de Cundinamarca, los autores garantizan que se ha cumplido con los derechos y obligaciones requeridos por el respectivo contrato o acuerdo.

La obra que se integrará en el Repositorio Institucional, está en el(los) siguiente(s) archivo(s).



Nombre completo del Archivo Incluida su Extensión (Ej. PerezJuan2017.pdf)	Tipo de documento (ej. Texto, imagen, video, etc.)
1. modelacion matematica computacional.pdf	texto
2.	
3.	
4.	

En constancia de lo anterior, Firmo (amos) el presente documento:

APELLIDOS Y NOMBRES COMPLETOS	FIRMA (autógrafa)
Johanna Julieth Suárez Poveda	Johanna Suárez P
Jerson Hamyr Cardenas	

12.1.50

MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DE LAS TÉCNICAS DE PATEO EN
EL TAEKWONDO

JERSON HAMYR CARDENAS CORDOBA

JOHANNA JULIETH SUAREZ POVEDA

UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

FUSAGASUGÁ

2018

MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DE LAS TÉCNICAS DE PATEO EN
EL TAEKWONDO

JERSON HAMYR CARDENAS CORDOBA

JOHANNA JULIETH SUAREZ POVEDA

DIRECTORA:

MARTHA LIDIA BARRETO MORENO

UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

FUSAGASUGÁ

2018

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar queremos agradecer a Dios por darnos el conocimiento necesario para desarrollar este proyecto y a nuestros familiares que estuvieron brindando todo su apoyo incondicional en esta experiencia la cual estuvo llena de altibajos, ellos fueron nuestra mayor motivación.

El deporte además de ser un hábito de salud se convierte para algunos deportistas en una forma de auto superación, es por esto que la labor de un entrenador es esencial en la vida de un practicante, son ellos quienes se esmeran por hacer triunfar sus pupilos. Este proyecto no hubiese sido posible sin la colaboración de los maestros cinturón negro de los clubes que fueron objeto de muestra, los cuales son: Edilberto Pedraza, Miguel Angel Vásquez, Cesar Castellón y la profesora Yomara Contreras, además de un especial agradecimiento a la maestra Ángela Morales formadora de uno de los autores y primera persona en dar esperanza a este trabajo, quienes nos abrieron las puertas de sus clubes para realizar las grabaciones y darnos a conocer un poco más del Taekwondo. Así mismo agradecemos la colaboración de los taekwondistas que autorizaron su grabación ejecutando la técnica de pateo. Agradecemos a los docentes del pregrado de Licenciatura en Matemáticas, quienes desde nuestro inicio de carrera tuvieron toda la disposición de compartir sus conocimiento con nosotros, sin embargo resaltamos la labor de la profesora Martha Lidia Barreto, ya que siempre confió en esta investigación y nos abrió puertas en otros campos con el fin de exponer nuestra idea de proyecto, su acompañamiento fue siempre constante.

Finalmente agradecemos a nuestros amigos y a todas personas allegadas que contribuyeron a culminar este proyecto y que fueron nuestra fortaleza en aquellos momentos de incertidumbre.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	7
TITULO	8
RESUMEN	9
CAPITULO 1	11
1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	11
1.1. PLANTEAMIENTO	11
1.2. FORMULACIÓN.....	12
1.3. DELIMITACIÓN.....	12
1.4. JUSTIFICACIÓN.....	13
1.5. OBJETIVOS.....	14
1.5.1. General.....	14
1.5.2. Específicos.....	14
CAPITULO 2	15
2. MARCO REFERENCIAL.....	15
2.1. MARCO DE ANTECEDENTES.....	15
2.2. MARCO GEOGRÁFICO	29

2.3. MARCO TEÓRICO.....	30
2.4. MARCO CONCEPTUAL.....	36
CAPITULO 3.....	39
3. MARCO METODOLÓGICO.....	39
3.1. LÍNEA Y TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	39
3.2. METODO Y TIPO DE MUESTREO.....	39
3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	47
3.4. TECNICAS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	49
3.5. INSTRUMENTOS.....	49
3.6. SISTEMA DE ANÁLISIS DE RESULTADOS:.....	50
CAPITULO 4.....	52
4. DERIVACIÓN PRÁCTICA.....	52
CAPITULO 5.....	57
5.1. RESULTADOS.....	57
6. CONCLUSIONES.....	59
6.1. DISCUSIONES.....	61
6.2. RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS.....	62
REFERENCIAS.....	64
ANEXOS.....	67

INTRODUCCIÓN

Todo deportista siempre tiene como objetivo mejorar sus técnicas por medio de la práctica de las mismas, se esmera en tener el mejor rendimiento con cada movimiento o con cada estrategia planteada a la hora de competir, en este caso el Taekwondo no es la excepción. La correcta ejecución de una técnica de pateo es de vital importancia para los practicantes de este arte marcial, por lo tanto es necesario implementar un modelo matemático que permita la optimización de la trayectoria que debe seguir una técnica, incluso la ubicación que debe tener el cuerpo para mejorar la patada y así mismo la corrección de muchos aspectos a nivel competitivo. como mejorar la eficacia y alcance de su patada en un combate, la correcta postura y ejecución de cualquier técnica en el momento de elaborar una figura (Poomsae), facilitar al artista marcial el aprendizaje de la técnica desde sus inicios e incluso hacer predicciones en la ejecución de la patada.

Este problema genera un gran interés investigativo ya que incorpora muchos aspectos como el análisis de trayectorias; además de motivar a la implementación de saberes matemáticos en otros campos, fomenta la participación activa de deportistas y practicantes de artes marciales en proyectos investigativos con el fin de mejorar sus técnicas identificando sus fallas, lo cual de una u otra manera aporta conocimientos en su práctica derivados del estudio detallado de los componentes que la conforman.

En principio este estudio se proyectó a todas las técnicas de pateo del taekwondo, o por lo menos en su gran mayoría, sin embargo fue complejo abordar todas estas en una sola función, por ello se identificó la necesidad de modelar la patada más utilizada en el combate, esta es la patada Dollyo Chagui, adicional a esto, también se estudiaron otro tipo de modelos deducidos por Blajer y otros autores (se recomiendan al lector ver bibliografía), pero finalmente se decidió solamente optimizar y realizar un estudio estadístico que diera cuenta de la deducción obtenida.

La investigación se lleva a cabo en tres municipios de Cundinamarca: Fusagasugá, Silvania y Bojacá, teniendo como muestra poblacional 59 deportistas con diferentes grados en el Taekwondo y formación pedagógica, logrando una mayor diversidad y perspectiva. El estudio realizado es de tipo mixto, tanto cualitativo como cuantitativo, ya que en principio se utiliza y se escogen los videos por observación, revisando cualitativamente la patada ejecutada formulando así una hipótesis, posteriormente se realiza un análisis estadístico, matemático y computacional a través del software Tracker

Los resultados arrojados permitieron visualizar los errores cometidos por la población en la patada Dollyo Chagui, lo cual se convierte en un aporte a la biomecánica, sin embargo se recomienda guiar el proyecto hacia las ecuaciones diferenciales. En el transcurso del documento se darán algunas sugerencias que se podrán desarrollar junto con esta investigación.

TITULO

Modelación matemática computacional de las técnicas de pateo en el Taekwondo

RESUMEN

La presente investigación muestra una de las tantas aplicaciones de la matemática en el deporte y la biomecánica, para ello se contó con la participación de algunos practicantes del Taekwondo, de tal manera que se analizó la trayectoria de la técnica de pateo Dollyo Chagui por medio de la modelación matemática y computacional, empleando videos procesados en el software Tracker, ajustando cada uno de los desplazamientos (horizontal y vertical) de la patada a una función; a partir de estos resultados se dedujo matemáticamente la magnitud de posición con el fin de comparar las trayectorias modeladas y obtenidas por medio de un código de C++ y generar su gráfica (El objetivo de C++ es utilizar el código como información para una aplicación generadora de gráficas como Gnuplot); esto permite realizar predicciones con tan solo unas condiciones iniciales y así mismo optimizar la ejecución de la patada. La muestra estadística seleccionada se caracteriza de acuerdo al grado, nivel o cinturón que posee cada deportista, esto ayudara a establecer diferencias entre las técnicas de principiantes y avanzados.

Los datos estadísticos se estudiaron en el programa Excel, hallando el margen de error de cada patada ejecutada con su respectivo ajuste, lo cual permitió concluir que la trayectoria de la patada de aquellos deportistas que poseen mejor técnica, por lo general los de nivel avanzado, se ajusta al modelo matemático deducido con un mínimo margen de error, en cambio los principiantes o los de grado inferior que poca técnica tienen, se aleja al ajuste encontrado, por lo cual su margen

de error fue aún mayor. Además, se encontró que la predicción deseada depende de: la distancia horizontal, la distancia vertical (existentes entre el deportista y el objeto a golpear) y el tiempo de ejecución de la patada. De lo anteriormente planteado la optimización de la Dollyo Chagui se puede minimizar conociendo tan solo dos condiciones iniciales y un parámetro, y no sería necesario utilizar algún software que analice videos.

CAPITULO 1

1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO

La modelación matemática es muy utilizada en el campo de la geofísica, física, química, medicina, arquitectura, biología, entre otras disciplinas, sin embargo en el campo de la biomecánica son escasos los estudios realizados que vinculan estas dos ramas. La mayoría de investigaciones son hechas en otros países, enfocadas en gran parte a los deportes de alto rendimiento y en áreas más comunes como la salud.

El taekwondo es un arte marcial de origen coreano el cual ha tenido gran acogida en los países del continente americano. Ha sido tanto su auge que paso de arte marcial a convertirse con el tiempo en un deporte olímpico, por lo cual merece ser estudiado y analizado desde la biomecánica y la modelación matemática, así como el ciclismo, atletismo, natación, golf y muchos otros deportes.

Como parte del entrenamiento de los deportistas el mejorar las técnicas de pateo, tanto en combate como en Poomsae es indispensable para tener un mejor rendimiento a nivel competitivo. Del mismo modo el estudio matemático busca la optimización de sus técnicas, por lo cual se podrían observar las características cualitativas y cuantitativas en la ejecución de la patada Dollyo Chagui como técnica de mayor efectividad en su correcta ejecución, contribuyendo al mejoramiento del practicante de manera que se pueda concluir la interacción que tiene el movimiento ejecutado por el artista marcial con el ajuste a un modelo matemático.

1.2. FORMULACIÓN

¿Cómo optimizar la trayectoria de la patada Dollyo Chagui en el deporte Taekwondo desde el campo de la modelación matemática y la biomecánica, conociendo tan solo unas condiciones iniciales o parámetros?

1.3. DELIMITACIÓN

El presente trabajo pretende tomar como análisis principal una de las patadas más ejecutadas en las competencias de taekwondo, esta patada la denominamos como Dollyo Chagui. Esta técnica tiene un gran interés investigativo dado a su nivel de complejidad en la ejecución, por tal motivo, el problema se limita al estudio de esta técnica de pateo como paso inicial para futuras investigaciones, referentes a las diferentes patadas que se pueden realizar en este deporte. A su vez, son elegidos grupos de entrenamiento entre principiantes, avanzados y negros, lo cual

permite un umbral de experiencia mayor, además de percibir con mayor facilidad la no correcta ejecución de cada técnica.

1.4.JUSTIFICACIÓN

Los deportistas en busca de mejorar sus técnicas entrenan para conseguir resultados satisfactorios logrando destacarse en sus competencias, sin embargo el entrenamiento físico debería ser justificado de tal manera que se fortalezca el músculo o articulación que lo requiere, esto con el fin de no desgastarse innecesariamente, para ello se requiere de un análisis detallado de la forma como se ejecuta la actividad deportiva. En el caso del taekwondo, antes de ir al combate es fundamental revisar una de las patadas más ejecutadas, cómo lo es la Dollyo Chagui; su rotación de cadera, pie, empeine y rodilla debe ser de una manera tan precisa que al lograr esa ejecución, la trayectoria que se traza con dicha patada se ajusta a una función que se podrá predecir antes de su ejecución con solo conocer unas condiciones iniciales y parámetros. De esta manera se estaría tecnificando el taekwondo relacionando la matemática con el deporte, aportando herramientas científicas que permitan conocer por qué el rendimiento del practicante no es el esperado y así se sabrá qué medidas tomar al respecto.

Por otra parte la población objeto de estudio de esta investigación es de diferentes municipios de Cundinamarca, por lo cual el beneficio puede ser general, no solo para una localidad en especial, sino para todo aquel que practique o desee practicar algún arte marcial y quiera analizar sus fortalezas y debilidades.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. General

Modelar matemáticamente la técnica de pateo en el Taekwondo de manera que sea posible la optimización de su trayectoria.

1.5.2. Específicos

- ✓ Seleccionar cualitativamente videos en los que se evidencie la ejecución de algunas técnicas de pateo en el Taekwondo.
- ✓ Trazar la trayectoria de las patadas utilizando el software Tracker.
- ✓ Deducir matemáticamente una función que se ajuste a la trayectoria de la patada.
- ✓ Analizar por medio de métodos estadísticos la veracidad de la función obtenida de forma analítica.
- ✓ Realizar aportes que mejoren el entrenamiento de los practicantes de taekwondo.

CAPITULO 2

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. MARCO DE ANTECEDENTES

A continuación se relaciona un listado de estudios encontrados en diferentes fuentes que giran en torno a este proyecto, teniendo en cuenta que la temática se centra en la modelación matemática, biomecánica y el taekwondo, lo cual será de gran importancia para avanzar sin pérdidas de generalidades.

Año	Título, Tipo de documento	Lugar	Autor	Palabras Claves
2000	Conceptos básicos de modelación matemática y simulación computacional de sistemas biológicos, una herramienta útil para la docencia y la	Universidad Pontificia Bolivariana	Alejandro Peláez, Sergio Mejía	Modelo matemático, simulación, investigación, sistema, FEM

	investigación (Artículo de revista)			
2002	Lesiones en el Taekwondo: Incidencia y Prevención (Tesis)	México	Héctor Gabriel Ramos Rodríguez	Tae kwon do, Lesión, Incidencia, Prevención
2006	Biomechanical identification of some taekwon-do kicks (Artículo de revista)	Slaska	Sacewicz T., Czaplicki A., Jaszczuk J.	Artes marciales, Biomecánica, Caracterización, Cinemática, Cinética, EcoWalk, Fuerza, Patada baja, Podómetro.
2007	Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements (Artículo de revista)	Technical University of Radom	Wojciech Blajer, Krzysztof Dziewiecki, Zenon Mazur	Human movement modeling, Inverse dynamics, External and internal

2007	Optymalizacja Sposobu zadawania ciosu Ap- chagui (Artículo de revista)	Gliwice	Adam Czaplicki	Biomecánica, Optimización, Ap-Chagui
2008	Biomecánica y bases neuromusculares de la actividad física y el deporte (Libro)	Madrid (España)	M. Izquierdo	Biomecánica, Neuromusculares, Deporte, Lesiones
2009	Estudio sobre parámetros mecánicos y autoeficacia física percibida en la patada “Dolio Chagui” de Taekwondo (Tesis doctoral)	Universitat de València	Isaac Estevan Torres	Taekwondo, Dolio Chagui, Autoeficacia, mecánica
2011	Identyfikacja I optymalizacja wyprowadzania ciosu mae-geri (Articulo de revista)	Gliwice	Adam Czaplicki, Tomasz Sacewicz, Janusz Jaszczuk	

2014	Modelling and analysis of lower limb joint loads during the Naeryo Chagui technique in taekwondo (Artículo de revista)	Poland	Michal Górski, Tomasz Leksycki	Taekwondo, Joint loads, Naeryo Chagui, Vicon system
2018	Modelación matemática computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui)	Revista Latinoamericana de etnomatemática	Cárdenas J. H., Suárez J. J.	Magnitud de Posición, Sistemas de Control, C++, Tracker, Trayectoria, Patada Dollyo Chagui, Desplazamiento.

Tabla 1. Tabla de antecedentes.

- ✓ **Conceptos básicos de modelación matemática y simulación computacional de sistemas biológicos, una herramienta útil para la docencia y la investigación (Artículo de revisión bibliográfica)**

Artículo escrito por Alejandro Peláez y Sergio Mejía con el fin de obtener el título de Especialista en Ingeniería Biomédica de la Universidad Pontificia Bolivariana (2000), dando a conocer las aplicaciones de la modelación matemática en la investigación y la docencia.

Brinda herramientas suficientes para llevar a cabo el proceso de modelación matemática y comprender los alcances de la simulación por computador, de esta manera el texto se convierte en una guía importante para este proyecto, ya que guía al lector paso a paso desde los conceptos necesarios, ventajas y desventajas de la modelación hasta los métodos por los cuales se puede desarrollar.

El principal problema que se plantea en el artículo gira en torno a la investigación experimental en seres vivos, logrando así que su trabajo sea de tipo interdisciplinario, enfocado al estudio biológico, modelación y simulación con el fin de dar nuevas respuestas al comportamiento de estos seres, ya que presentan alteraciones que no son fáciles de medir, su reproducción no lineal y la aleatoriedad desempeña un papel importante en cada uno de sus procesos, en consecuencia para dar respuesta a los interrogantes que se plantean, se desglosan detalladamente la utilización de dichas técnicas en su proyecto.

Aclara la diferencia entre modelo matemático simple y modelo matemático compuesto, y la forma de abordar cada uno de ellos, haciendo énfasis en el Método de Elementos Finitos (FEM) considerado una técnica matemática para las soluciones numéricas aproximando los resultados a ecuaciones de cálculo que permiten predecir respuestas; dando a conocer los objetivos que se pueden lograr al analizar un sistema biológico a partir de los FEM y las características que debe tener el problema a resolver por este método.

Conociendo en síntesis el contenido de este artículo, este es la base teórica para la modelación matemática de la patada Dollyo Chagui.

✓ **Lesiones en el Taekwondo: Incidencia y Prevención (Tesis)**

Tesis escrita por Héctor Gabriel Ramos Rodríguez en el 2002 para obtener el grado de cinta negra 1er. Dan en Tae Kwon Do perteneciente al grupo MOO DUK KWAN DE MEXICO, quien fija su interés investigativo en torno a la historia del taekwondo y realiza algunos estudios estadísticos.

Principalmente la tesis ubica cronológicamente y geográficamente la historia de las artes marciales, los diferentes tipos de estas prácticas que existieron y las transformaciones por las que han venido pasando hasta llegar a lo que hoy día conocemos como taekwondo, el cual ha sido tanto su auge que es considerado deporte olímpico, dando lugar a que sus practicantes puedan competir con habitantes de diferentes partes del mundo.

Parte de la biomecánica deportiva estudia las lesiones presentes a la hora de realizar algún ejercicio durante el entrenamiento o competencia, es por ello que este texto se convierte en un antecedente en la presente investigación, ya que “al registrar las lesiones producidas durante la práctica del taekwondo en sus diversas modalidades, en relación con el sexo, la edad, el grado, la división y la categoría permitirá aplicar de manera oportuna y eficaz las acciones medicas correspondientes para cada caso” es la hipótesis que se traza el autor de este texto, logrando producir un documento sobre las lesiones más comunes en dicho deporte, su incidencia y todas las medidas preventivo-curativas que deben tenerse para así evitar este tipo de sucesos.

La muestra poblacional escogida se compone de 405 taekwondoinos, de los cuales 108 mujeres y 297 hombres, donde se tuvo en cuenta el grado o color de cinta, las lesiones sufridas

dependiendo de la modalidad, por ejemplo en el combate, pre competencia, pos competencias, entre otros. Finalmente se analiza las lesiones por extremidades de acuerdo a la función que realiza cada una en la ejecución de alguna técnica en el taekwondo.

✓ **Biomechanical identification of some taekwon-do kicks (Artículo de revista)**

Artículo de revista escrito por Sacewicz, T., Czaplicki, A., Jaszczuk, J. en el año 2006 para Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechnika Staska donde realizan una investigación sobre la identificación de la biomecánica en algunas patadas del taekwondo.

El estudio trata sobre la identificación biomecánica de dos patadas del taekwondo Ap-chagui y bandal-chagui. Dos atletas elegidos cinturón negro primer dan forman parte de la investigación. La investigación se realizó mediante el uso del simulador de entrenamiento de boxeo (BTS) y el APAS. Se presentan las características del tiempo de las fuerzas ejercidas al realizar las patadas, las características de tiempo de los pares netos en las articulaciones de una pierna (Ap-chagui) y las historias de tiempo de los parámetros cinemáticos seleccionados (bandal-chagui). Se incluyen técnicas de las patadas realizadas.

✓ **Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements (Artículo de revista)**

Artículo escrito por Wojciech Blajer, Krzysztof Dziewiecki y Zenon Mazur para la revista Multibody Syst Dyn en el año 2007 quienes pertenecen al Instituto de Mecánica Aplicada los cuales conjuntamente guiaron su investigación a la construcción de un modelo biomecánico del cuerpo humano en movimiento.

La metodología empleada tiene en cuenta los movimientos del plano sagital como por ejemplo el salto vertical, pretendiendo modelar las extremidades inferiores, es decir, la cadera, rodilla, tobillo y además las fuerzas de tracción aplicadas al pie, muslo y pelvis. Utilizan como herramienta física la dinámica inversa para dicho análisis, con el agregado del método pseudoinverso con el fin de tratar el problema de la redundancia en la fuerza muscular presente en las extremidades inferiores.

Las ecuaciones dinámicas presentes en este estudio se extrajeron del modelo de cuerpo “flying”, el cual está compuesto de 9 segmentos rígidos donde 8 son articulaciones y además se toman 11 coordenadas generalizadas que describen la posición del cuerpo en el modelo.

Se logra como resultado que el modelado desarrollado se puede aplicar al análisis de la dinámica inversa por diferentes saltos caracterizados por la simetría de sus movimientos en las extremidades inferiores y superiores, además se validó dicho modelo simulando un salto vertical realizado por un jugador de baloncesto, recolectando datos necesarios como altura y peso, el rendimiento del atleta fue medido por medio de cámaras digitales y una técnica de aproximación para suavizar datos.

En las sugerencias los autores se da la posibilidad de cambiar el método pseudoinverso por otro, también se aconseja ampliar un poco más el modelo, ya que este es meramente 2D entonces se encontrarán ciertas limitaciones, que se pueden solucionar ampliando la dimensión utilizada.

✓ **Optymalizacja Sposobu (Artículo de revista)**

Investigación realizada por Adam Czaplicki para Gliwice en el 2007, quien se encargó de buscar un modelo biomecánico plano que optimizara el tiempo en la técnica Ap-Chagui en el

taekwondo, asumiendo que el tiempo mínimo de recibir un golpe es un criterio de calidad.

Conduce sus estudios a optimizar el tiempo de la Ap-Chagui, para ello empieza solucionando el problema del control óptimo y la solución analítica a los sistemas con varios grados de libertad, ya que el modelo empleado por Czaplicki, ya que el modelo a trabajar cumple con esta última característica. Al analizar las extremidades inferiores el autor inicia su modelo con una matriz vector de cinco coordenadas representando la articulación de la cadera, rodilla y tobillo. Sus cálculos y deducciones biomecánicas con la modelación se basaron en los siguientes estudios:

- Blajer W., Czaplicki A.: Contact modeling and identification of planar somersaults on the trampoline. “Multibody System Dynamics”, 3, 10, Dordrecht 2003, p. 289-312.
- Czaplicki A., Silva M.T., Ambrósio J.C.: Estimation of the muscle force distribution in ballistic motion based on a multibody methodology. “Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering”, 1, 9, Abington 2006, s. 45-54.
- Sacewicz T., Czaplicki A., Jaszczuk J.: Biomechanical identification of some taekwon-do kicks. Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej Politechniki Śląskiej, 26, Gliwice 2006, s. 303-308.

Sus resultados los llevaron a concluir que entre más grande es el movimiento de la cadera, garantiza un movimiento rápido al comienzo del impacto, si por el contrario se disminuye significativamente el momento de la articulación de la cadera y la rodilla, se obtiene el enderezamiento de la extremidad y, en consecuencia, el logro del objetivo antes, es decir, en menor tiempo. De esta manera se llegó a la meta propuesta.

✓ **Biomecánica y bases neuromusculares de la actividad física y el deporte (Libro)**

Libro de autor Mikel Izquierdo, escrito en colaboración con la editorial Panamericana y otros autores. Estructurado con el fin de dar a conocer la biomecánica, los diferentes campos de acción las formas en que se puede analizar y abordar un problema en esta ciencia.

Principalmente el enfoque del libro está dirigido a la biomecánica deportiva, aportando bases científicas para el estudio del movimiento humano. El libro se divide en cuatro grandes apartados: La parte I introduce en el análisis y observación del movimiento humano, aportando las bases para el estudio del cuerpo humano en movimiento, los fundamentos de la medida del movimiento, así como los principios y tecnologías para la estructura, observación y evaluación del movimiento humano. A continuación la parte II trata sobre las herramientas mecánicas que hemos de conocer para entender del movimiento humano; este apartado aborda la parte de la biomecánica que describe los movimientos (cinemática). En la parte III, se divide en otros dos apartados, en el primero de ellos se explica los fundamentos y principios de la biomecánica aplicados a los patrones de movimientos utilizados en los saltos, lanzamientos, golpes, actividades acrobáticas, así como a las peculiaridades de los movimientos influenciados por la aerodinámica o la hidrodinámica con especial atención en la natación, ciclismo, atletismo, o a las actividades acrobáticas. Por último, en la parte IV se trata las bases neuromusculares del movimiento. En un primer apartado explica el concepto de fuerza, su evaluación en el control del entrenamiento y el rendimiento. En un segundo apartado se analizan las adaptaciones neuromusculares que se producen en diferentes situaciones como por ejemplo durante el envejecimiento, el entrenamiento de fuerza, la puesta a punto y la parada de entrenamiento.

- ✓ **Estudio sobre parámetros mecánicos y autoeficacia física percibida en la patada “Dolio Chagui” de Taekwondo (Tesis doctoral)**

Tesis doctoral presentada por Isaac Estevan Torres para la Universitat de Valencia en la Facultad de Medicina por medio del departamento de Fisiología en el año 2009, quien realiza un arduo análisis estadístico de la patada Dollyo Chagui en el taekwondo. Centra su investigación en la mecánica de la patada Dollyo Chagui, donde pretenden encontrar las variables cuya relevancia en la acción técnica es destacable. En Taekwondo, la fuerza de golpeo y la velocidad de las patadas han sido señaladas por diversos autores como dos de las variables mecánicas más relevantes para el estudio, y como variables temporales encontramos: tiempo de reacción, tiempo de ejecución y tiempo de respuesta. En la teoría de la autoeficacia, se analizan diversas herramientas que nos permitan llevar a cabo la estimación y valoración de la autoeficacia; se realiza una revisión bibliográfica sobre la autoeficacia en contexto de la actividad física y el deporte, para posteriormente iniciar su estudio en el ámbito del Taekwondo. Se plasman las bases sobre las que se ha desarrollado la presente investigación. En un primer apartado se razona y se justifica la aportación tanto mecánica como psicológica al modelo de estudio establecido. La última parte del documento se describe el planteamiento práctico establecido para el desarrollo de la investigación. Se expone la muestra participativa en el proyecto y se explica el diseño experimental y la obtención de datos, mostrando finalmente los resultados obtenidos, donde uno de ellos es que los hombres golpean con fuerza máxima a diferencia de las mujeres sin importar el nivel del deportista, además la distancia de combate es un parámetro táctico que condiciona los resultados mecánicos de las patadas, entre otras conclusiones a las que se llegó a partir de este estudio.

- ✓ **Modelling and analysis of lower limb joint loads during the Naeryo Chagui technique in taekwondo (Artículo de revista)**

Investigación realizada por Michal Górski, Tomasz Leksycki, Krzysztof Busko y Johanna MazurRózycka en el año 2014 representando respectivamente a Department of Biomechanics of the Institute of Sport (Warsaw, Poland), Institute of Mechanics and Printing of the University of Technology (Warsaw, Poland), Institute of Physical Culture of Kazimierz Wielki University (Bydgoszcz, Poland), pretende encontrar un modelo para las cargas articulares de las extremidades inferiores durante la técnica de pateo Naeryo Chagui. Una técnica de deportes de combate utilizada tanto para defender como para contraatacar es la técnica Naeryo Chagi, se usa más comúnmente para golpear la cabeza de un opositor, luego este estudio es de gran importancia, puesto que el objetivo principal de un deportista en este arte marcial, es golpear a su oponente en la cabeza, para así lograr acumular más puntos, entonces el estudio de esta patada aportada a la modelación de la patada Dollyo Chagi, la primera de estas patadas es la más deseada en lograr y la segunda es la más empleada en el combate. Se analizan los parámetros cinemáticos, es decir, el tiempo de reacción y el tiempo de movimiento, así como los parámetros cenestésicos, es decir, la fuerza de reacción del suelo de la patada Naeryo Chagui realizada con la pierna delantera. Uno de los resultados obtenidos a partir de este análisis, fue la recomendación de mejorar la flexibilidad y la fuerza de las extremidades inferiores a través del entrenamiento. Los autores al revisar sus antecedentes se dieron cuenta que para analizar las fuerzas de reacción conjuntas durante ciertas actividades motoras de una manera no invasiva, la mayoría de estudios utilizan métodos de simulación computarizada usando un modelo dinámico específico que da cuenta de las prioridades geométricas y de masa del sistema musculoesquelético humano y la biomecánica de movimiento.

✓ **Caracterización cinemática y de la fuerza durante el gesto deportivo patada baja en la disciplina artes marciales (Informe final de trabajo de grado)**

Informe final de trabajo de grado presentado por Julian Alberto Navarro García y Lizeth Cristina Ospina Ruiz en el año 2015 a la facultad de ciencias exactas y aplicadas del Instituto Tecnológico Metropolitano, quienes pretenden cubrir la necesidad de caracterizar y cuantificar los gestos deportivos para el apoyo a las distintas disciplinas, con un enfoque en las artes marciales. Se plantea la caracterización cinemática y de la fuerza durante el gesto deportivo patada baja, para el cual, los deportistas mejoraran la ejecución de los gestos técnicos deportivos, además los autores logran reducir la aparición de lesiones, que comprometan el desarrollo deportivo y afecten la integridad física de un practicante. La metodología llevada a cabo en esta investigación se compone de la siguiente manera: se seleccionaron 10 practicantes de artes marciales dentro de la institución, posteriormente se realizaron medidas antropométricas en cada uno de los segmentos de extremidad inferior los cuales son, ancho de las espaldas iliacas, longitud del muslo, diámetro del muslo, longitud de la pierna, diámetro de la rodilla, longitud del pie, altura de los tobillos y ancho del pie, para la correcta colocación de los marcadores reflectivos; a estos datos, se les anexa las variables edad, peso y estatura para cada uno. Se obtuvieron y analizaron datos de posición, velocidad, aceleración y fuerza de los marcadores, ubicados en las extremidades inferiores del deportista en cada uno de los ejes (x,y,z); y los ángulos articulares de movimiento en los diferentes planos biomecánicos, de las articulaciones que actúan de forma significativa en el gesto. Sin embargo, se explicarán en este proyecto los datos que se obtuvieron en los marcadores de los pies (tobillo y talón); y los ángulos realizados por algunas de las articulaciones, para

caracterizar el gesto realizado por el deportista en términos cinemáticos, además de los datos de presión arrojados por la plataforma de fuerza.

✓ **Modelación matemática computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui) (Artículo)**

Todo deportista siempre ha soñado con mejorar sus técnicas por medio de la práctica de las mismas, siempre se esmera en tener el mejor rendimiento con cada movimiento o con cada estrategia planteada a la hora de competir, y en este caso el Taekwondo no es la excepción. La correcta ejecución de una técnica de pateo siempre ha sido el objetivo primordial de los practicantes de este arte marcial, entonces si se llegase a plantear un modelo matemático que permita la optimización de la trayectoria que debe seguir una técnica, incluso la ubicación que debe tener el cuerpo para mejorar la patada conllevaría a la corrección de muchos aspectos a nivel competitivo, como mejorar la eficacia y alcance de su patada en un combate, la correcta postura y ejecución de cualquier técnica en el momento de elaborar una figura (Poomsae), facilitar al artista marcial el aprendizaje de la técnica desde sus inicios e incluso hacer predicciones en la ejecución de la patada. Este problema genera un gran interés investigativo ya que incorpora muchos aspectos como el análisis de trayectorias y además motiva la implementación de saberes matemáticos en otros campos y en el mismo entorno de entrenamiento. Esto permitirá al docente disminuir las problemáticas existentes en la transferencia del conocimiento en matemáticas utilizando estrategias como la modelación matemática, quien Biembengut (2012) “desde su análisis distingue tres concepciones de modelación matemática: como método de enseñanza y de investigación, como alternativa pedagógica de la matemática y como ambiente de aprendizaje. Se piensa no solo en el esquema de enseñar matemáticas para poder aplicarlas, sino que se instala otro

esquema, correspondiente a utilizar la modelación para el aprendizaje de las matemáticas o la generación de diversas capacidades u otros propósitos en la escuela”, fomentando la participación activa de los deportistas practicantes de artes marciales en la investigación y de los estudiantes en el aula de clase en la asimilación de conocimientos, derivados del estudio detallado de los componentes que la conforman, para ello se tratara de modelar matemáticamente estos movimientos. La modelación matemática de este deporte permitirá llegar al estudiante por medio de una estrategia de aprendizaje alternativa al lápiz, papel y tablero, en la cual una gran ventaja se evidencian los recursos tecnológicos mínimos requeridos para la implementación de dicha estrategia tales como un computador y un software libre como lo es Tracker, permitiendo aplicar este proyecto incluso en aquellas zonas donde no es posible acceder a internet y así abordar temáticas de matemáticas y física combinadas con un deporte, de esta manera el docente de matemáticas está cumpliendo con su deber de globalizarse haciendo uso de las TIC’s en cualquier tipo de población.

2.2. MARCO GEOGRÁFICO

El estudio es enfocado al departamento de Cundinamarca, enfocado en los municipios de Fusagasugá, Sylvania y Bojacá, teniendo en cuenta como objeto de estudio los grupos de entrenamiento de los municipios mencionados. Se especifica con más detalle en el anexo 1.

2.3. MARCO TEÓRICO

“El taekwondo es una de las artes marciales tradicionales de Corea más sistemática y científica, que enseña no sólo las habilidades físicas de pelea (Amendaño, 2001). Esta perspectiva del Taekwondo ha cautivado a miles de personas a nivel mundial, de tal manera, que pasó a consolidarse cómo un deporte de alto rendimiento en muy poco tiempo. Las primeras competencias de Taekwondo se realizaban de forma rudimentaria, en las que cada participante tenía una protección muy similar a los practicantes de Karate-do (En ese entonces el Karate era un arte marcial mucho más conocido y con mayor alcance comercial en cuanto a protecciones de competencia). Con el pasar del tiempo el Taekwondo fue adoptando un estilo propio en competencia desde la conformación de la Federación Mundial de Taekwondo (World Taekwondo Federation – WTF) en 1973, la cual logró implementar un reglamento que en la actualidad ha tenido algunas variaciones, pero que aun así es conocido y aplicado en todos los torneos a nivel mundial.

La palabra Taekwondo viene del Hangul (nombre que recibe el alfabeto coreano, el cual está formado por 24 fonemas, divididos en 10 vocales y 14 consonantes), que sí se divide tiene el siguiente significado: “Tae” significa Puño, “Kwon” significa Patada, “Do” significa camino o arte. La interpretación que le dan la mayoría de practicantes es “el camino del puño y la patada”. El taekwondo es un deporte y arte marcial que basa sus movimientos en la ejecución de patadas en un 70-80% y el porcentaje restante se enfoca en técnicas de puño; de esta práctica se obtiene una explicación bastante clara de porqué los practicantes de nivel avanzado tienen una ejecución de patadas excepcionales a los ojos de un espectador.

Desde la promulgación del primer reglamento internacional de arbitraje para competencias de Taekwondo, las normas han tenido 24 modificaciones en total. Según el trabajo realizado por el Maestro Nelson Bonilla en el año 2017, podemos realizar un compendio de las normas más importante de las competencias a nivel internacional. En primera instancia el área de combate será instalada sobre una superficie plana sin obstáculos en la superficie, y estar cubierta por un material elástico no resbaladizo. En algunos casos la zona de competencia puede ser instalada sobre una plataforma entre 0.6 y 1.0 metros de altura, teniendo dos formas opcionales dependiendo el tipo de competencia que se desee realizar, ya sea zona cuadrada u octagonal. El área de competencia cuadrada debe ser de 8 x 8 metros con un área de seguridad que extienda ésta zona a 10 x 10 metros hasta 12 x 12 metros (en caso de ser zona de competencia en plataforma, la zona de seguridad debe tener su máximo de 12 x 12 m). El área de competencia octagonal debe tener una zona cuadrada de 10 x 10 metros a 12 x 12 metros sumando el área de seguridad, con un área de combate desde el centro con un diámetro de 8 metros y una medida de cada lado del octágono de aproximadamente 3,3 metros. Se debe resaltar que la zona de competencia por lo general está dividida en dos colores: El color azul se usa para el área de combate y el color rojo para el área de seguridad.

El competidor debe tener como mínimo los siguientes elementos de protección:

- **Protector bucal:** Debe ser transparente y aprobado para deportes de contacto. Puede ser doble o sencillo.
- **Protector genital, antebrazos y espinillas:** Estas protecciones se deben usar estrictamente debajo del uniforme.

- **Pechera o Peto:** Según el tipo de competencia este protector puede tener sensores electrónicos para el conteo de puntos. Estas pecheras se pueden usar por dos lados, donde cada lado tiene un color, azul o rojo.
- **Guantes:** Deben cubrir en su totalidad la mano del deportista. Suelen ser delgados con un relleno en espuma muy fino sobre los nudillos y parte anterior de la mano. No llevan sensores electrónicos.
- **Empeineras:** Si la pechera es electrónica, estas Empeineras llevan sensores que reaccionan con el impacto. Estos sensores se ubican en el empeine, borde interno del pie, planta y talón.
- **Casco:** Debe ser de color rojo, azul o blanco. Debe cubrir toda la cabeza sólo dejando descubierta la cara desde el mentón hasta la frente. En la actualidad, los cascos también manejan sensores electrónicos.

El conteo de puntos se realiza de dos maneras:

- **Electrónico:** Los puntos son sumados por contacto directo teniendo una validez de 2 puntos impactar la pechera en la zona comprendida entre el pecho y la parte baja del abdomen (a esto también se le suma los contactos en la espalda), y en el casco tiene una validez de 3 puntos. Los puntos sólo pueden ser marcados con técnicas de pateo en casco y pechera y con técnicas de puño directo sólo en la parte frontal de la pechera.
- **Jueces de competencia:** Además a lo antes mencionado, los jueces suman un adicional de dos puntos a las técnicas realizadas con giro. En dado caso de realizarse una técnica de pateo o de puño que genere punto y los sensores electrónicos no reconozcan el impacto, los jueces pueden deliberar y otorgar los puntos obtenidos en el instante de impacto de la técnica.

Estos modelos de competencia han generado una tendencia de entrenamiento en el cuál el deportista mejora sus movimientos por medio de la práctica de diferentes técnicas de pateo, ya sea en combate o cómo ejercicio de clase; de allí surge la idea de empezar a utilizar técnicas externas que mejoren los procesos de formación en cada uno de los practicantes enfocadas en biomecánica y análisis de trayectorias.

En un breve repaso histórico realizado por Hewitt (2004) se observa que la mecánica y posteriormente la biomecánica, se han nutrido de las aportaciones de gran cantidad de pensadores y científicos provenientes de disciplinas heterogéneas. Desde los primeros estudios realizados por Aristóteles (384-322 a.C.), continuando con los trabajos de Galileo (1564-1642 d.C.), Borelli (1608-1679 d.C.) y por supuesto los de Isaac Newton (1642-1727 d.C.) al que se considera responsable de la mecánica clásica (mecánica newtoniana) (Hewitt, 2004), hasta la actualidad, ha sido un gran abanico de conocimiento interdisciplinar el que ha generado desde hace aproximadamente medio siglo (década de 1960) un nexo de unión entre los análisis teóricos, investigaciones en laboratorio, etc. y su aplicación práctica en el estudio del movimiento humano (Pinto Neto et. al, 2006)

Desde que en 1938 se comenzaron a aplicar las ecuaciones Newtonianas a la deambulación y la carrera (Ahn, 1985), la biomecánica del deporte ha continuado utilizando dichas Leyes para explicar y comprender acciones específicas deportivas. Así, en general encontramos investigaciones aplicadas referentes a la patada en deportes como por ejemplo Rugby, Fútbol, Natación entre otros (Torres, 2009).

Ahora bien, tomando en cuenta los múltiples estudios que apoyan el hecho de generar un estudio formal en la práctica del Taekwondo nos referimos al análisis generado por Blajer (2007) y Czaplicki (2007), el problema se aborda desde la teoría del análisis multicuerpo.

Refiriéndonos al problema de abordar el análisis biomecánico de un deporte en particular, tenemos que referirnos al estudio no convencional de modelos matemáticos que buscan el control de un sistema biomecánico, así pues, el problema se aborda desde una perspectiva de análisis de modelos de entrada y salida que predicen el comportamiento de un cuerpo bajo condiciones específicas. El problema de control óptimo tiene una larga tradición en biomecánica (Czaplicki, 2007), y dentro del marco contextual del problema biomecánico, gran parte de los textos basados en el análisis dinámico de sistemas multicuerpo dan una solución al problema como una construcción de movimientos de partículas o masas puntuales. En ese orden de ideas, la mecánica newtoniana tiene la respuesta correcta para el modelado de cuerpos que se mueven en el espacio, no sólo teniendo una sola partícula, sino que a su vez implementa sistemas complejos de ecuaciones que representan la interacción de dos o más partículas conectadas entre sí y generando un movimiento conjunto.

En trabajos más elaborados como el de Blajer W. (2007), se observa con mucho más detenimiento la teoría anteriormente expuesta, planteando un modelado del movimiento conjunto del cuerpo humano con 13 puntos de articulaciones entrelazados por segmentos, enfocado a un movimiento en concreto denominado Naeryo-Chagui (técnica de pateo utilizado en taekwondo conocida como patada descendente). El autor utiliza de manera muy eficaz las ecuaciones de movimiento de Newton logrando una conexión no solo del movimiento de articulaciones, sino que a su vez busca medir la fuerza ejercida en la ejecución de la técnica Naeryo-Chagui sobre las articulaciones y los tendones. Por otro lado, y en trabajo conjunto tenemos a Czaplicki A. (2007) el cuál hace una deducción más concreta del movimiento de la patada Ap-Chagui (técnica de pateo utilizada en taekwondo conocida como patada frontal), utilizando un modelo de movimiento conjunto con 4 coordenadas independientes conectadas por 3 segmentos (con este

esquema se caracteriza el movimiento de una pierna en la ejecución de la técnica). El objetivo de este autor era implementar parámetros de control al sistema de movimiento, esto con el fin de caracterizar cuales serían los movimientos fisiológicamente realistas y no realistas, buscando optimizar el tiempo de ejecución de la técnica a raíz de los parámetros antes mencionados. La interpretación de los resultados es obvia. Cuanto más grande es el movimiento de la articulación de la cadera garantiza un movimiento rápido al muslo hacia el torso al comienzo del impacto. Una disminución significativa en el momento de la articulación de la cadera y la rodilla da como resultado el enderezamiento de la extremidad y, en consecuencia, el logro de impactar el objetivo en menos tiempo.

Esta fundamentación en el estudio de las técnicas de pateo garantiza la interpretación del movimiento del cuerpo humano como un movimiento de partículas en conjunto, donde este sistema puede ser mejorado determinando los parámetros necesarios para su estudio. Cada partícula interpretada en el estudio tenía una posición en el espacio y un comportamiento relacionado a las deducciones generadas por la segunda ley de Newton.

“Como es sabido, la cinemática estudia los movimientos de las partículas y de los cuerpos rígidos sin considerar las fuerzas necesarias para originar dichos movimientos. La estática se encarga del estudio de los sistemas mecánicos en los que la resultante del sistema de fuerzas es nula y que, por tanto, están en equilibrio (en reposo o moviéndose con velocidad constante). Finalmente, cuando dicha resultante no es nula, el sistema mecánico se halla animado de movimiento acelerado, y estas fuerzas no equilibradas y los movimientos que originan constituyen el campo de estudio de la dinámica (Féles et. al, 2007)”

Por último cabe resaltar que estas investigaciones tienen un componente tecnológico correspondiendo a su año de ejecución, por consiguiente es importante conocer la importancia de las alternativas tecnológicas para la ejecución de este tipo de estudios. Una herramienta muy útil para este trabajo es el software Tracker. Este programa es un software libre de código abierto y programado en el lenguaje Java como parte del programa Open Source Physics (OSP), el cual tiene un motor basado en el modelado de vídeos principalmente utilizado en la enseñanza de la física. Con gran facilidad de uso, Tracker permite el ajuste de datos a funciones que describen el comportamiento de las variables seleccionadas teniendo en cuenta la relación que existe entre ellas y el tiempo como variable elegida; además permite crear y comparar las funciones de ajuste entre sí de tal forma que se elige la más indicada para la distribución de los datos obtenidos.

2.4. MARCO CONCEPTUAL

Dado que el objetivo principal del siguiente estudio es realizar una modelación matemática y computacional, atribuimos a Giordano, Weir y Fox (1997) que “define un modelo matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un fenómeno particular del mundo real. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales”. Además será de gran importancia relacionar la modelación matemática con la Biomecánica la cual se define como

“el conjunto de conocimientos interdisciplinarios generados a partir de utilizar, con el apoyo de otras ciencias biomédicas, los conceptos de la mecánica y distintas tecnologías en: primero, el estudio del comportamiento de los sistemas biológicos y, en particular, del

cuerpo humano; segundo, en resolver los problemas que le provocan las distintas condiciones a las que puede verse sometido. (Instituto de Biomecánica de Valencia, 1992)”

La biomecánica se subdivide en disciplinas que abordan diversos aspectos de la vida cotidiana, por ejemplo se encarga de la actividad física y deportiva ya que en muchas ocasiones, detrás de una actividad hay algunos factores mecánicos que explican fenómenos físicos como calcular velocidad, aceleración, fuerza, entre otros componentes del movimiento para un deportista determinado. En otras ocasiones, el conocimiento de estos aspectos mecánicos proporciona una base científica y en otros casos demuestran cómo pueden obtenerse ventajas en el análisis de técnicas deportivas, en los implementos utilizados y/o los objetos que el deportista golpea o lanza, etcétera. (Izquierdo, 2008), así pues se logra un vínculo entre una rama de la ciencia matemática y el deporte. La patada Dollyo Chagui una de las patadas más ejecutadas en la práctica del deporte taekwondo y por tanto la más criticada, se define como un movimiento progresivo de flexión de la articulación de la cadera, flexo-extensión de la rodilla y flexión plantar del tobillo mientras simultáneamente el tronco rota y la articulación de la cadera realiza un movimiento de abducción para golpear en la cara del adversario. (Hwang, 1987; Kim, 2002), dada la descripción de esta patada es posible pensar en el análisis de la trayectoria, es decir, el conjunto de puntos del espacio que va ocupando sucesivamente el cuerpo a medida que transcurre el tiempo. (Prodanoff, s.f.) De allí también se podría considerar el desplazamiento al que Prodanoff (s.f.) en el que hace referencia a un vector determinado por las posiciones inicial y final de la partícula respecto a un sistema de coordenadas, ya sea vertical, horizontal o ambos desplazamientos, al estudiar los recorridos a la par se podrá hablar de posición y así mismo de una magnitud. Para lograr la modelación de la patada Dollyo Chagui es necesario contar con un

software, así pues Tracker que es una herramienta gratuita de análisis y modelado de video basada en el framework Java Open Source Physics (OSP). Está diseñado para ser utilizado en la educación física. El cual facilitara el análisis de forma detallada a partir de fotogramas

CAPITULO 3

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1. LÍNEA Y TIPO DE INVESTIGACIÓN

El proceso está vinculado a la línea de investigación denominada Desarrollo del Pensamiento Matemático, del Grupo de Investigación en Modelación Matemática y Computacional – GIIMMYC.

La presente investigación tiene un enfoque mixto. La investigación toma un contexto cualitativo cuando se seleccionan las mejores técnicas ejecutadas por los practicantes, esto con el fin de recolectar los mejores datos posibles y llevarlos al software de trazado de trayectorias. Así mismo vemos un contexto cuantitativo en todo el proceso de trazado de trayectorias y análisis estadístico de cada vídeo seleccionado anteriormente. Esto da un resultado favorable a los datos esperados a lo largo del proceso analítico.

3.2.METODO Y TIPO DE MUESTREO

La patada Dollyo Chagui es una de las patadas más ejecutadas en la práctica del deporte taekwondo y, por tanto, la más criticada. Se define como un movimiento progresivo de flexión

de la articulación de la cadera, flexo-extensión de la rodilla y flexión plantar del tobillo mientras simultáneamente el tronco rota y la articulación de la cadera realiza un movimiento de abducción para golpear en la cara del adversario (Hwang y Kim, extraído de Torres, I., 2009) .Este movimiento tiene un comportamiento complejo e interesante, por ello, se pretende modelar matemática y computacionalmente.

Inicialmente se analizó la técnica de dos practicantes cinturón negro del club Kopuso cómo modelo experimental de trazado de trayectorias; estos vídeos fueron llevados a Tracker de manera inicial para mostrar y verificar como sería la trayectoria que seguiría la técnica. Estos dos practicantes fueron grabados en varias ocasiones obteniendo en cada proceso de trazado diferentes valores estandarizados por el programa y que podían ser estudiados, pero dado a que eran demasiados, se debía estandarizar cada análisis realizado y ajustar cada resultado a un caso en particular. De esta manera se empezaron a agregar los siguientes elementos proporcionados por el programa Tracker:

- **Ejes coordenados:** Se necesitaba crear un punto de referencia y un limitante a los valores obtenidos por el programa, por tal motivo se decidió ubicar el eje coordenado en el primer punto de la trayectoria, el cuál siempre se encontraba en el pie del practicante al nivel del suelo.
- **Vara de Calibración:** Dado a que el programa manejaba el número de pixeles en la pantalla de trabajo como medida de referencia, fue necesario ajustar esta medida y tomar como nueva referencia la altura del practicante o la altura del sujeto con el objeto el cuál sería golpeado.

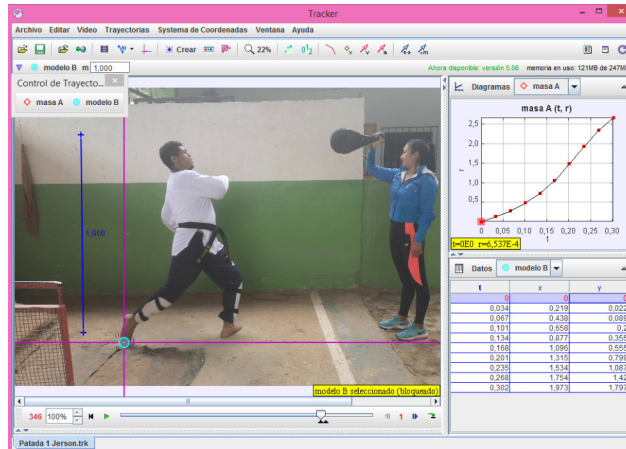


Fig. 1. Eje de coordenadas y vara de calibración usados en Tracker. Fuente: Autores.

Como resultado de estas nuevas condiciones se logró determinar las funciones a trabajar obteniendo las siguientes:

- **Función que describe el desplazamiento horizontal respecto al tiempo:**

Tomando la idea de que cada punto de la trayectoria es una coordenada (x, y) dentro de un eje coordenado, para cada instante de tiempo transcurrido en el desplazamiento total de la patada debe corresponder un valor de x . A esta función la denominaremos $x(t)$ y representará la distancia recorrida desde el origen hasta cualquier instante t de manera horizontal.

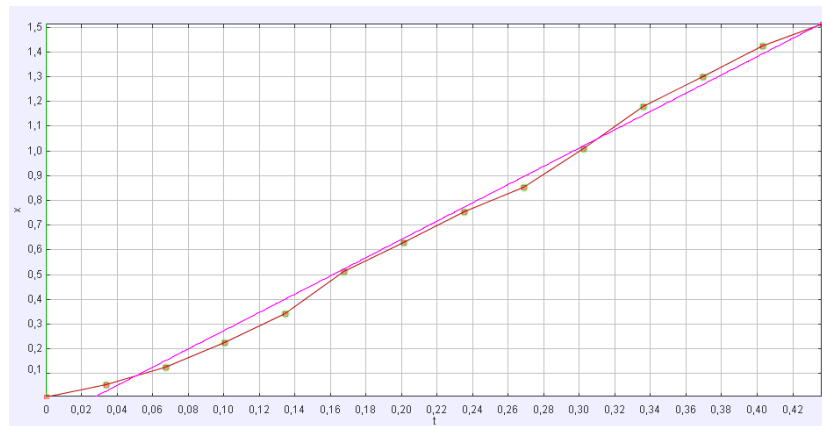


Fig. 2. Ajuste de función $x(t)$ con tendencia lineal. Fuente: Autores.

La figura 11 muestra un gráfico de cómo se comporta el valor x respecto al tiempo. Tracker nos permite generar una función de ajuste para valores estadísticos, de esto podemos decir que la línea de tendencia de la función $x(t)$ es una línea recta; dicho de otra forma, la función $x(t)$ la podemos escribir como una función lineal de la siguiente manera:

$$x(t) = A_1 t + B_1 \quad (1)$$

Teniendo en cuenta la estructura que tiene la función $x(t)$, se puede pensar en una forma de construirla sin necesidad de recurrir a los datos generados por el programa, por el contrario, dando unas condiciones iniciales y predecir cómo se comporta el desplazamiento horizontal. Para realizar la construcción de esta función recurriremos al concepto de construcción de la ecuación de la recta que pasa por dos puntos de la siguiente manera: Sean los puntos $P_1(0,0)$ y $P_2(t_f, D_{fx})$ donde las constantes D_{fx} y t_f son la distancia recorrida de forma horizontal y el tiempo final de ejecución, desde el punto inicial de la trayectoria y el momento de impacto con el objetivo respectivamente, entonces tomando la ecuación,

$$x(t) = m(t - t_1) + x_1$$

Donde $m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

Reemplazando tenemos que

$$m = \frac{D_{fx}}{t_f}$$

Finalmente obtenemos la expresión

$$x(t) = \frac{D_{fx}}{t_f} t \quad (2)$$

- **Función que describe el movimiento vertical respecto al tiempo**

Continuando con la idea planteada anteriormente, ahora la manejaremos para el caso del desplazamiento vertical. Gracias al programa Tracker logramos un ajuste funcional a los datos generados por cada instante t en las medidas obtenidas para el desplazamiento vertical.

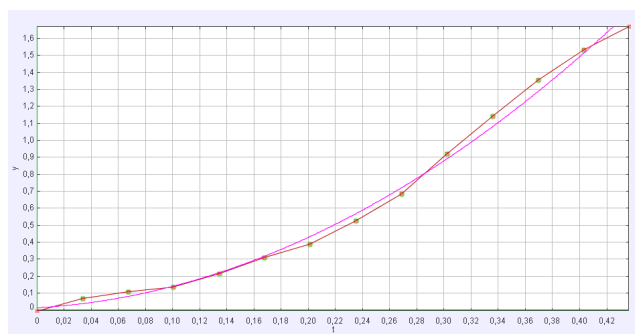


Fig. 3. Ajuste de Función $y(t)$ con tendencia parabólica. Fuente: Autores.

Para este caso el programa nos arroja un ajuste a una función parabólica, visto desde una perspectiva analítica, la función $y(t)$ la podemos escribir de la forma:

$$y(t) = A_2 t^2 + B_2 t + C_2 \quad (3)$$

Esto nos lleva al mismo problema planteado anteriormente, donde buscamos construir la función $y(t)$ de manera analítica con algunas condiciones iniciales, para lo cual utilizaremos el procedimiento para construir una función parabólica que pasa por el origen. Sean $P_1(0,0)$ y $P_2(t_f, D_{fy})$ dos puntos por los cuales pasa la parábola $y(t)$.

t_f Es el tiempo que tarda en llegar la superficie de impacto del pie al final de la trayectoria trazada y D_{fy} la distancia vertical recorrida en el instante t_f . Utilizando la construcción de una parábola que pasa por el origen

$$t_f^2 = 4pD_{fy}$$

Donde

$$p = \frac{t_f^2}{4D_{fy}}$$

Ahora, de forma más general

$$t^2 = 4py(t)$$

Reemplazando y despejando $y(t)$ tenemos cómo expresión general

$$y(t) = \frac{D_{fy}}{t_f^2} t^2 \quad (4)$$

- **Función que describe la magnitud de posición:**

Ahora bien, para la siguiente construcción tendremos en cuenta la planteada por Cárdenas y Suarez (2018), la cual toma las siguientes consideraciones. El principal objetivo fue el análisis de los ajustes a los desplazamientos que realiza la trayectoria de la patada en interés; un primer desplazamiento horizontal $x(t)$ y un segundo desplazamiento vertical $y(t)$ serán los primordiales en este estudio. Visto de otra manera, se tienen dos componentes que el programa genera al realizar la trayectoria del movimiento, sin embargo, cabe la posibilidad de pensar en una tercera componente, a la cual llamaremos magnitud de posición $r(t)$, la cual hace referencia a la norma del vector generado entre el origen del eje coordenado y el punto de posición en un instante dado

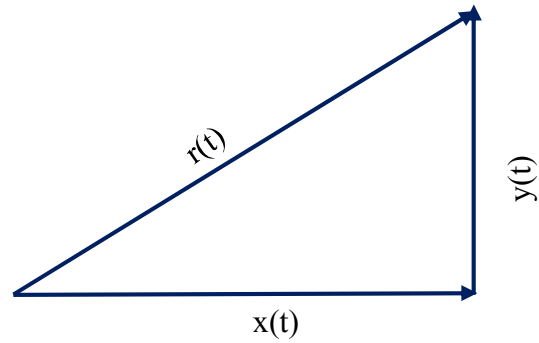


Fig. 4. Planteamiento de la magnitud de posición respecto a los desplazamientos vertical y horizontal. Fuente: Cárdenas et. al. 2018.

Utilizando el teorema de Pitágoras y las ecuaciones (2) y (4) obtenemos la siguiente expresión:

$$r(t) = \sqrt{\left(\frac{Dfx}{t_f} t\right)^2 + \left(\frac{Dfy}{t_f^2} t^2\right)^2} \quad (5)$$

Gracias a estas construcciones analíticas, se pudo generar un código en C++ para predecir gráficamente como se comportara el desplazamiento de la patada a medida que avanza el tiempo de ejecución. De igual manera, dentro del software Tracker se utiliza la herramienta de construcción de modelo, la cual permite visualizar la trayectoria que debe seguir el practicante al realizar la técnica de pateo dibujando el punto generado por esta función de ajuste.

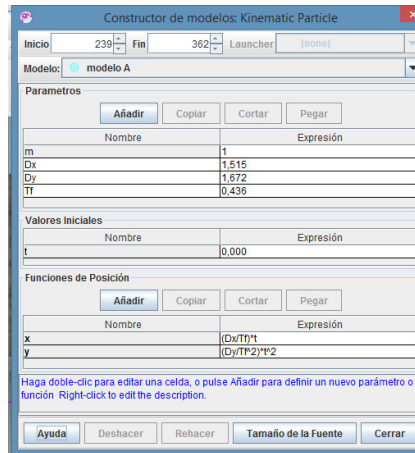


Fig. 5. Constructor de modelo $x(t)$ y $y(t)$ de tracker. Fuente: Autores.

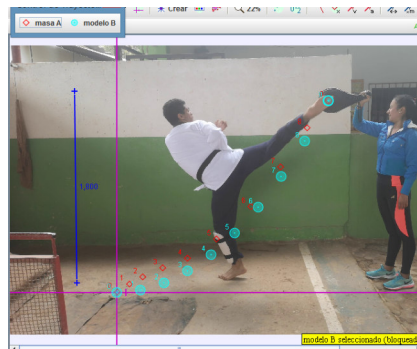


Fig. 6. Trazado de trayectoria y modelo superpuesto. Fuente: Autores.

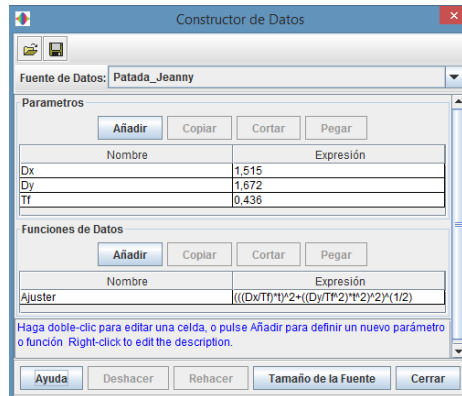


Fig. 7. Constructor de datos para $r(t)$ tracker. Fuente: Autores.

```

#include<iostream>
#include<math.h>
using namespace std;
int main ()
{
    double a1,a2,b1=0,b2=0,c1=0;
    double t;
    double t0=0;
    double tf=0.38;
    double dt=0.01;
    double r,x=1.678,y=1.689;
    a1= x/tf;
    a2= y/pow(tf, 2);
    for(t=t0;t<=tf;t=t+dt)
    {
        r=pow((( pow(a2, 2)*pow(t, 4))+2*a2*b2*pow(t, 3))+((pow(a1, 2)+(2*a2*c1))*pow(t, 2))+(((b1*c1)+(2*a1*b1))*t)+pow(b1, 2)+pow(c1, 2)), 0.5);
        cout<<t<<" "<<r<<endl;
    }

    return 0;
}

```

Fig. 8. Código C++ para modelar (t) . Fuente: Cárdenas et. al., 2018.

3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

La muestra poblacional escogida para el presente estudio es un conjunto de diferentes grupos de entrenamiento de taekwondo y derivados dentro del departamento de Cundinamarca. Se tomó inicialmente dos practicantes cinturón negro del grupo Kopulso con sede principal en la ciudad de Bogotá el cual se encuentra vinculado con la Universidad de Cundinamarca, haciendo parte

del programa de bienestar universitario para realizar los primeros estudios. Posteriormente, se hizo necesario ampliar la muestra a cuatro grupos más:

- Club de entrenamiento Dokentaego: Ubicado en el municipio de Fusagasugá en cabeza del Maestro Miguel Ángel Vásquez, Cinturón negro 1° Dan en Taekwondo del estilo ITF, Cinturón negro 4° Dan en Karate-Do y Cinturón Negro en Jujitsu Brasileiro. El tamaño de la muestra tomada fue de 11 practicantes.
- Club de Taekwondo Musado: Ubicado en el Municipio de Silvania en cabeza del Maestro Cesar Castellón, Cinturón negro 1° Dan en Taekwondo del estilo WTF. El tamaño de la muestra tomada fue de 19 Practicantes.
- Club de Taekwondo Tigres Sesum: Ubicado en el municipio de Fusagasugá en cabeza de la Maestra Yomara Contreras, cinturón negro 1° Dan en Taekwondo del estilo WTF y ligado al Instituto de Deportes y Recreación de Fusagasugá (IDERF). El tamaño de muestra tomada fue de 12 practicantes.
- Club de Taekwondo Puño de Fuego: Ubicado en el municipio de Bojacá en cabeza del Maestro Edilberto Pedraza, cinturón negro 1° Dan en Taekwondo del estilo WTF. El tamaño de la muestra fue de 12 practicantes.

En total se obtuvo una muestra total de 54 practicantes entre principiantes, avanzados y cinturones negros.

3.4. TECNICAS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Durante la ejecución de la labor investigativa, se tuvo en cuenta diferentes factores que intervienen en la calidad de la muestra obtenida. Empezando con la grabación de vídeos en cámaras de baja resolución y llevadas al análisis en el programa Tracker, se vio la necesidad de recurrir a dispositivos con mejor resolución y densidad en la cantidad de fotogramas; además se generaron condiciones específicas para los deportistas y la posición del dispositivo de grabación.

3.5. INSTRUMENTOS

Teniendo en cuenta lo anterior, se utilizaron los siguientes objetos:

- Salón de entrenamiento: Es importante además de una población tener un espacio en donde llevar a cabo la grabación de los videos, el único requisito es que sea amplio y el fondo en lo posible contraste con el color de la ropa del practicante.
- Instrumento de grabación: Es necesaria una cámara con un mínimo de 8 mega pixeles, con una grabación de 480p a 30 fotogramas por segundo.
- Paleta de entrenamiento: Este utensilio será el referente de la altura máxima alcanzada a la hora de patear y también será esencial en la distancia horizontal, que es la distancia del pateador al objeto a golpear

- Cinta métrica: Necesaria en el momento de tomar medidas, estas pueden variar de acuerdo a las medidas que se introducirán en el programa. Esto es indispensable para que Tracker tengas más exactitud a la hora de generar el modelo.
- Computador
- Software Tracker: En este programa se realizará la mayor parte del análisis computacional, además de ser la herramienta más importante para la deducción de los modelos funcionales de la técnica de pateo. Para conocer más a detalle el funcionamiento de este programa puede ver el anexo 2.
- C++: Como se mencionó anteriormente, los códigos en C++ para la investigación generarán los datos del modelo deducido y facilitarán las gráficas en programas como Gnuplot.
- Microsoft Excel: Esta herramienta facilitará las ecuaciones utilizadas en el sistema de análisis de resultados que se explicará más adelante.

Para tener una mejor perspectiva de los instrumentos utilizados, puede visualizar el anexo 3.

3.6. SISTEMA DE ANÁLISIS DE RESULTADOS:

Es importante comprender que todo proceso de análisis de datos necesita una muestra que permita entender el funcionamiento del objeto a estudiar, para este objetivo se utilizó un concepto estadístico para saber el número indicado para la muestra poblacional. Tomando la teoría del libro “Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias” de Walpole Myers, evidenciamos el proceso en el anexo 4.

El procedimiento concluye que se requiere de 51 practicantes del taekwondo para llevar a cabo este estudio sin importar el tiempo de entrenamiento, ya que permite una mejor comparación de las técnicas de pateo en los diferentes niveles de los deportistas.

CAPITULO 4

4. DERIVACIÓN PRÁCTICA

Se tomó en cuenta la población establecida de 52 participantes de diferentes escuelas de formación los cuales fueron grabados y modelados uno a uno dentro del programa Tracker.

A continuación se estructuran los siguientes resultados:

- **Ajuste al modelo $x(t)$ y $y(t)$:**

Por medio del constructor de modelo analítico de Tracker, se pudo generar diferentes ajustes a la trayectoria ideal esperada, obteniendo diferentes resultados dependiendo de la ejecución realizada. En diferentes casos vistos en los practicantes se evidenció el uso de técnicas no convencionales a la hora de realizar la patada, esto generó cambios en la percepción de la trayectoria. En la mayoría de los casos las trayectorias se acercaban al modelo propuesto desde el principio, pero existieron dos patadas ejecutadas por los practicantes de nivel avanzado donde se hacía el gesto de otra técnica de pateo y se realizaba el cambio rápidamente a la técnica de la patada Dollyo Chagui. En principio se consideró como un fallo del modelo, pero luego de una observación detallada se llegó a la conclusión de que el deportista realizó una técnica de pateo diferente a la solicitada.



Fig. 9. Patada realizada por practicantes de nivel avanzado con cambios en su trayectoria. Fuente: Autores.

Dentro de un contexto cualitativo se logró obtener ajustes bastante acercados a los planteados inicialmente. Estos ajustes muestran paso a paso la correcta ejecución de la técnica y permiten ver la posición corporal en cada instante t del movimiento; este resultado permite corregir al practicante de tal manera que en modelados futuros se obtenga una mejor caracterización del movimiento y una optimización de la trayectoria de la técnica.

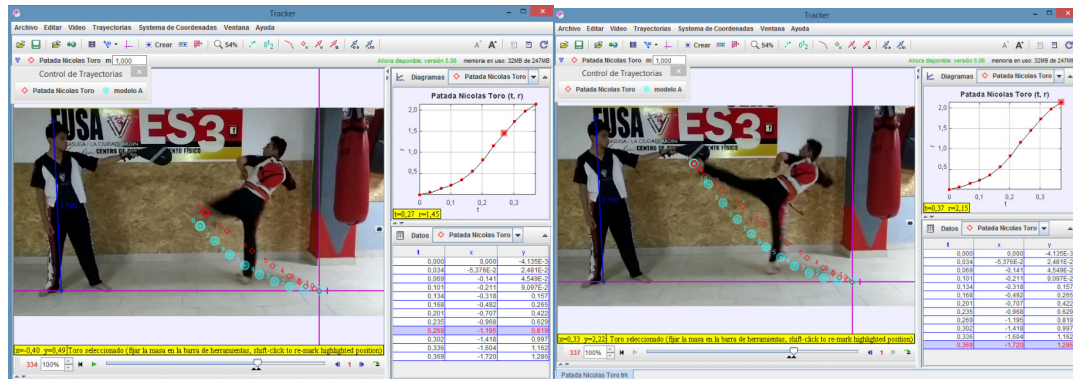
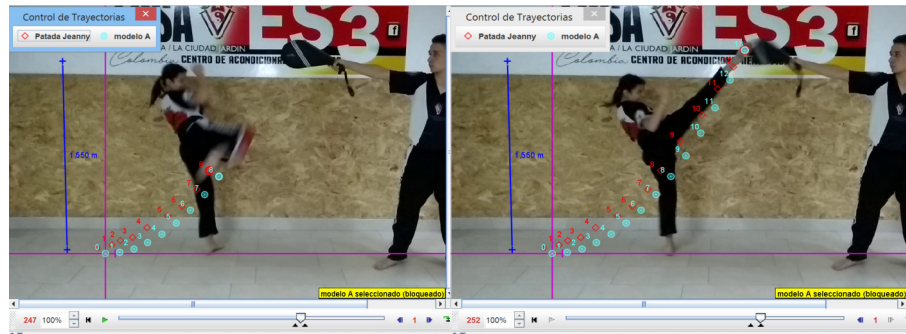


Fig. 10. Ajustes de trayectoria Grupo de entrenamiento Dokentaego. Fuente: Autores.

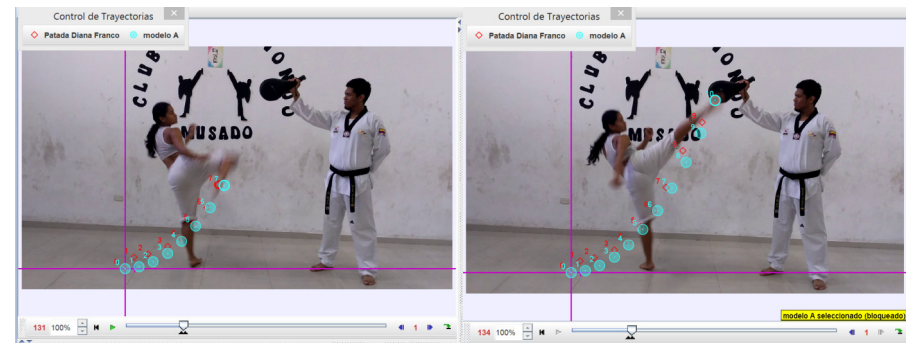


Fig. 11. Ajustes de trayectoria Club de taekwondo Musado. Fuente: Autores.

- **Ajuste modelo $r(t)$**

Para este caso era importante realizar una comparación de los datos obtenidos por Tracker y los datos aportados por el modelo, por esta razón se utilizó una ecuación de error estadístico para la regresión de datos.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-2} * \sum_{i=1}^N (r_i - \hat{r}_i)^2} \quad (6)$$

Donde:

- N es el número de datos obtenidos en la trayectoria
- r_i es el valor magnitud de posición dado por Tracker
- \hat{r}_i es el valor magnitud de posición dado por la función $r(t)$

Se halló el error de cada uno de los participantes de la muestra, obteniendo que las personas con mejor técnica de pateo tenían un error respecto al modelo más bajo, comparado con las personas que no tenían una correcta ejecución. Seguido a esto se realizó un promedio de errores hallados en los deportistas de la muestra cómo se observa en la siguiente tabla. Cabe aclarar que en algunos grupos a la hora de tomar la muestra no se encontraban participantes del nivel que se especifica, por esta razón se agrega la expresión “No aplica”:

	Dokentaego	Musado	Sesum	Puño de Fuego	Kopulso
Principiantes	0,142	0,092	0,082	0,096	No aplica
Avanzados	No aplica	0,067	0,079	0,065	No Aplica
Negros	0,075	No aplica	0,104	0,063	0,067

Table 2. Errores promedio por grupo y nivel de entrenamiento (Ver Anexo 1). Fuente: Autores.

Así mismo se evidencio que en el caso de algunos cinturones negros, dado a que llevan cierto tiempo sin entrenar y han perdido algunas capacidades física. Con este tipo de resultados es fácil inferir que las mejores técnicas de pateo son encontradas en los cinturones avanzados los cuales mantienen un ritmo de entrenamiento constante.

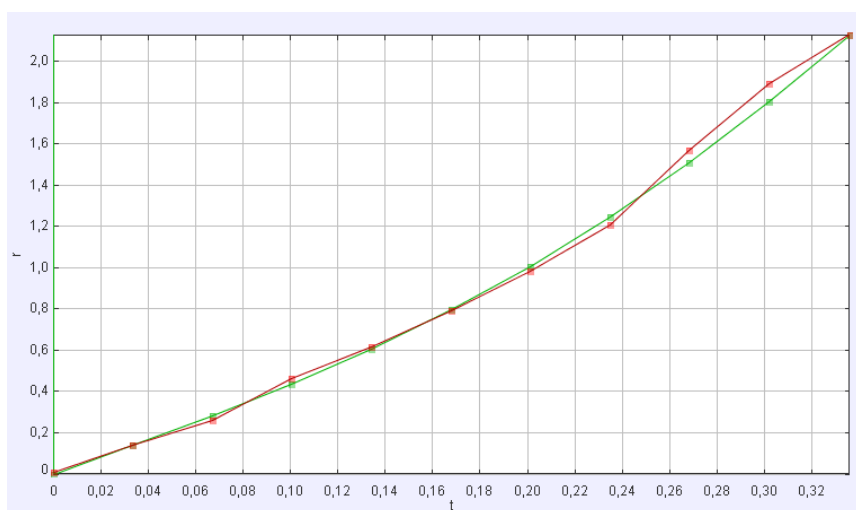


Fig. 12. Ajuste datos $r(t)$ con datos generados en C++ de un grado avanzado (Tracker rojo, C++ verde). Fuente: Autores.

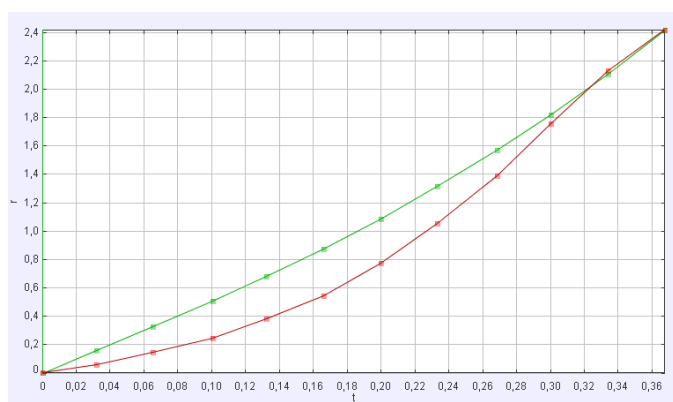


Fig. 13. Ajuste datos $r(t)$ con datos generados en C++ de un grado principiante (Tracker rojo, C++ verde). Fuente: Autores.

CAPITULO 5

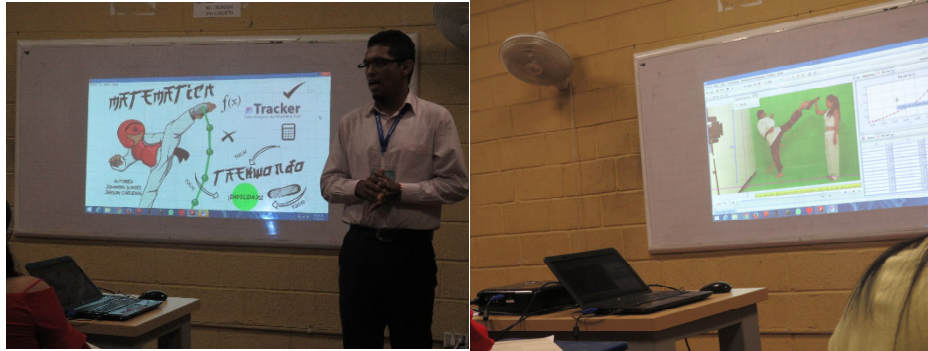
5.1. RESULTADOS

Ponencia en REDCOLSI REGIONAL – 2017

Presentación de proyecto de investigación enfocado a la enseñanza de las matemáticas, de esta presentación se obtuvo un puntaje superior a 95 puntos otorgados por los jurados calificadores, dado a la innovación del proyecto y el enfoque educativo como alternativa para las aulas de clase.

Ponencia en REDCOLSI NACIONAL 2017

Dado a la excelente participación como proyecto investigativo, se llevó una ponencia al encuentro nacional RedColsi, realizado en la ciudad de barranquilla. Al igual que en el regional, tuvo una excelente aceptación por parte de los jueces los cuales hicieron recomendaciones enfocadas al mejoramiento del proyecto como alternativa pedagógica en las instituciones educativas.



Revisar en el Anexo 2 los pantallazos de la aplicación implementada como parte de la investigación y propuesta

Ponencia en Villavicencio

Se llevó a cabo una ponencia derivada del trabajo principal y presentado en el Congreso Internacional de Ciencias Básicas y la Ingeniería (CICI 2018). En este congreso el proyecto fue admitido en la modalidad de poster. Se puede destacar las opiniones de expertos en el tema donde se recomendó utilizar aplicaciones que describan flujo óptico entre otras cosas.



En los anexos se puede observar el poster presentado para la ponencia del CICI 2018.

Publicación en Revista Indexada Categoría B

Como gran logro por parte de los investigadores y del semillero de investigación, se postuló el proyecto a la revista latinoamericana de etnomatemática en la edición especial de modelación matemática en el contexto etnocultural. La experiencia del proceso fue muy gratificante ya que los encargados de las correcciones en todo momento estuvieron muy atentos a los que se debía realizar, además de mostrarnos una gran experiencia en la redacción de artículos científicos.

Finalmente se aceptó para su publicación el 21 de junio de 2018.

Ingreso al Grupo GIIMMYC en calidad de Investigadores, por su excelente participación como Semilleristas destacados en el Semillero de Modelación Matemática y Computacional – UDEC, y Auxiliares de Investigación del Proyecto RED REGIONAL DE MODELACIÓN COMPUTACIONAL PARA LA EDUCACIÓN.

6. CONCLUSIONES

- Durante la recolección de videos de la muestra indicada, se observó que en algunos clubes los taekwondistas de cinturón negro (el más alto nivel) y otros grados, tenían una patada acorde a las reglas de este deporte, y evidentemente al modelar la patada por medio de Tracker, esta se ajustaba con un mínimo error al modelo deducido durante esta investigación. También sucedió lo contrario, aquellos practicantes que aún no dominaban la técnica por completo la patada no se ajustaba, su error era un poco mayor a diferencia de los que si la dominaban.

- El modelo matemático, el cual se compone de una función deducida a partir de un procedimiento lógico y secuencial, arroja que solo se requieren tres valores iniciales, estos son: La distancia horizontal que existe del deportista al objeto a golpear, la distancia vertical que hay del golpeador al objeto, y por último el tiempo de ejecución. Estas tres condiciones puestas en Tracker darán como resultado la modelación de la patada indicada sin necesidad de haberla ejecutado, esto quizás puede ser de gran ayuda para los jurados del taekwondo a la hora de evaluar cualquier categoría.
- La trayectoria de la patada Dollyo Chagui depende de su desplazamiento horizontal (lineal) y su desplazamiento vertical (cuadrático), se encontró que el nivel del practicante presenta una relación inversamente proporcional a el error de los ajustes, es decir, a medida que el grado de experiencia de los deportistas aumentaba, el margen de error de los desplazamientos nombrados anteriormente disminuye de forma significativa, sin embargo se encontró que hay taekwondistas avanzados que su ajuste no era el adecuado, las razón es porque crean su propia técnica que los hace sentir más cómodos a la hora de patear, sin embargo estas modificaciones pueden llegar a ser perjudiciales en competencia.
- El análisis estadístico permitió conocer en primera instancia la muestra ideal para llevar a cabo este estudio, además de encontrar el margen de error de la patada ejecutada con la patada modelada. Tracker brinda herramientas estadísticas en cuanto el ajuste de correlación lineal con sus funciones, se ha dejado el estudio abierto para analizar el componente vertical con otra función que no sea parabólica sino por ejemplo cubica, esto con el fin de analizar que sucede cuando se le aumenta de grado y buscar la manera de restringir algún comportamiento que se pueda encontrar.

- La optimización a la patada Dollyo chagui encontrada es de fácil entendimiento y comprensión, ya que requiere como mínimo conocer el teorema de Pitágoras y su interpretación geométrica. Esto genera una ventaja ya que aquellos deportistas interesados por la matemática y la investigación puedan hacer trascender este proyecto guiado a su deporte, sin embargo también se podría realizar un análisis en 3D mucho más exacto, o tener en cuenta más articulaciones del cuerpo que influyen a la hora de ejecutar alguna técnica del taekwondo.

6.1. DISCUSIONES

Dado al gran contenido investigativo generado por parte del trabajo de campo y análisis de las trayectorias, se generaron varias discusiones que podrán ser abarcadas en trabajos derivados de éste. Algunas de esas ideas se pueden encontrar plasmadas a continuación:

- En medio de la investigación se desecharon varios vídeos de deportistas participantes en la muestra debido a que no permitían el estudio óptimo del modelo a seguir. Estos vídeos pueden servir como análisis deportivo para mejorar falencias en las técnicas de pateo más no para el análisis realizado en el documento, es decir, el análisis cualitativo permitió una mejor percepción y obtención de resultados para la investigación.
- El proceso investigativo llevado a cabo, formuló una gran cantidad de posibilidades emergentes respecto a la implementación de la teoría acá plasmada. Dado a que este trabajo es complementación matemática de un artículo generado por los autores con enfoque didáctico. El objetivo principal de este artículo fue generar una alternativa a la

enseñanza de las matemáticas y mostrar el uso de herramientas tecnológicas a otros campos de la educación, así mismo se ve una diferencia notable con el trabajo investigativo acá mostrado dado al manejo de conceptos estadísticos y de análisis aplicados a un criterio establecido desde el inicio que es optimizar la trayectoria de pateo de los deportistas participantes.

- Se evidenciaron factores determinantes en la ejecución de las técnicas de pateo tales como flexibilidad, destreza motriz, posición corporal y práctica a la hora de realizar este entrenamiento, esto impide que el practicante desarrolle completamente la técnica con comodidad. Este factor puede ser mejorado por medio de la observación y corrección del entrenador en su proceso de entrenamiento.
- La disposición de los participantes y diferentes maestros fue la mejor encontrada, esto por el alto nivel de disciplina impartido en los entrenamientos de este arte marcial. La información consignada en este documento puede ser utilizada como base para un modelo de entrenamiento creado por cada uno de los entrenadores de los diferentes clubes visitados.

6.2.RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

- El entrenamiento es fundamental en la vida de un deportista, sin embargo este debe ser acorde al deporte y al objetivo que se persigue, analizar detalle a detalle la práctica de una actividad es de gran utilidad para la superación y motivación de todo practicante, ya que indicara las correcciones que se deben hacer para posteriormente realizar el debido entrenamiento.

- Se debe llevar un registro del progreso de cada deportista, esto con el fin de mostrar al practicante como se ve el cambio de su técnica a razón de la práctica y el esfuerzo en cada entrenamiento. Así mismo realizar retroalimentaciones constantes para que el deportista mantenga un control de su propio progreso y genere su propia motivación.

REFERENCIAS

Ahn, B. (1985). Kinematics and kinetic analysis of Taekwondo kicking motions. Tesis Doctoral no publicada. Purdue University. Indiana

Amendaño, J. (2010) Trabajo de Tesis “Compendio Histórico del desarrollo del arte marcial Taekwondo en la provincia del cañar”. Universidad Politécnica Salesiana, 2010

Arias, Y. N. (2017) *Reglamento e interpretación de arbitraje en combate de taekwondo*, Federación Colombiana de Taekwondo, Colombia.

Cárdenas, J. H. & Suarez, J-J. (2018). Modelación matemática computacional en la ejecución de técnicas de pateo en el Taekwondo (Dollyo Chagui). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 234-249.

Félez, J., Romero, M., Suarez, B. (2007), Simulación en Ingeniería mecánica, Contenido teórico Curso de ingeniería industrial, Universidad Politécnica de Madrid, España.

Hewitt, P. (2004). *Física Conceptual* (9ª ed.) Mexico: Pearson

Hwang, I. (1987). Analysis of the kicking Leg in Taekwondo. En J. Terands, B. A. Gowitzki, & L. E. Holt (Eds.), *Proceedings of th 5th International Symposium on Biomechanics in Sports* (pp. 39-47). Athens.

Izquierdo, M., (2008). *Biomecánica y Bases Neuromusculares de la Actividad Física y el Deporte*. Madrid, España: Médica Panamericana. 2. Visualizado en https://books.google.com.co/books/about/Biomecánica_y_bases_neuromusculares_d e.html?id=F4I9092Up4wC&redir_esc=y

Pinto Nieto, O., Magini, M.n & Saba, M. M. F. (2007). The role of Effecgtive Mass and Hand Speed in the performance of King Fu Athletes Compared withe Nonpractitioners. *Journals of Applied Biomechanics*, 23, 139-148

Prodanoff, F., (s.f.). *Física Unidad 4 Cinemática*. Seminario Universitario. Material para estudiantes. (s.f.). Recuperado de <https://es.scribd.com/document/360088336/Unidad-4-fisica-pdf>

Ramos, H., (2002). *Lesiones en el Taekwondo: Incidencia y prevención* (Tesis para obtener el grado de Cinta negra 1er. Dan en Taekwondo). Moo Duk Kwan de México. Moo

Duk Kwn “Imán”. México. Extraído de

<https://es.slideshare.net/mobile/gabogaby/tesis-tkd-hgrr-lesiones-en-el-taekwondo>

Torres, I. (2009). Estudio sobre parámetros mecánicos y autoeficacia física percibida en la patada

“Dolio Chagui” de Taekwondo. Departamento de Fisiología, Tesis Doctoral,

Universitat de Valencia, España.

ANEXOS

1) Datos obtenidos por los practicantes

N°	Nombre	Grado en el taekwondo	Inicio	Fin	Duración ejecución de la patada (s)	Desplazamiento en x (m)	Desplazamiento en y (m)
Club de Taekwondo Mosado							
1	Ana Maria Martinez	Principiante	308	319	0,369	1,214	1,205
2	Sara Martinez	Principiante	226	236	0,336	1,453	1,305
3	Saret Gonzalez Molina	Principiante	187	199	0,402	1,304	1,248
4	David Santiago Garzon	Principiante	404	412	0,268	0,996	0,738
5	Maria Jose Patiño	Principiante	529	541	0,403	1,259	1,293

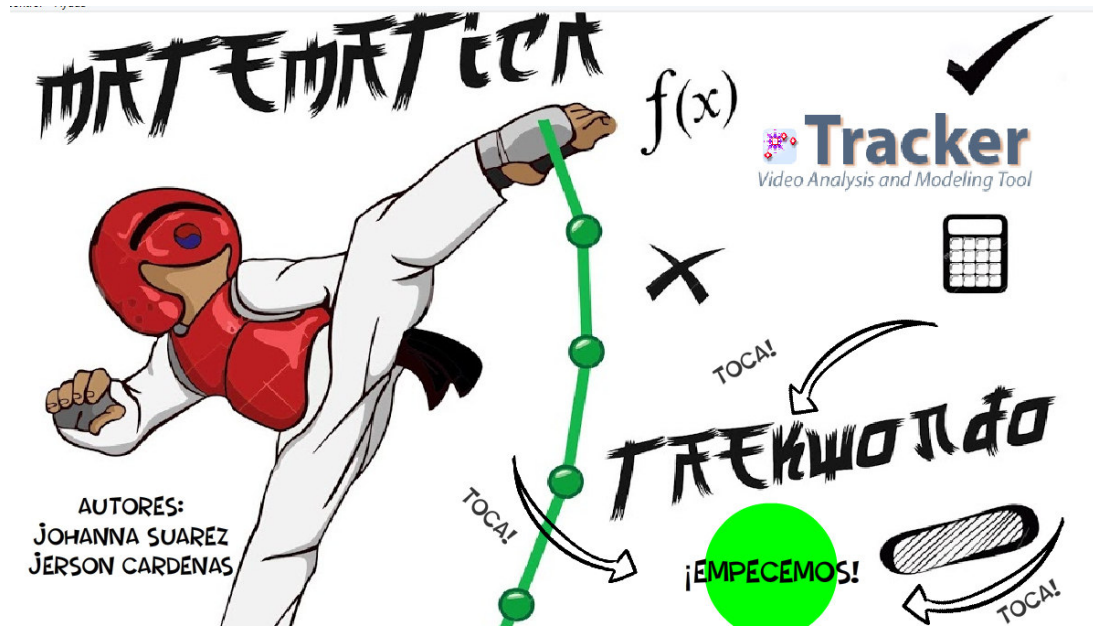
6	Mauricio Aguirre	Principiante	342	353	0,369	1,495	1,405
7	Isabella Lombana	Amarillo	329	341	0,403	1,402	1,318
8	Diego Estiven Valenzuela	Principiante	125	136	0,369	1,349	1,168
9	Daniel Chavez	Principiante	213	223	0,336	1,21	1,12
10	David Tovar	Verde	200	214	0,47	-1,635	1,854
11	Juan Melo	Azul	389	403	0,47	1,05	1,638
12	Sherly Jimenez	Rojo	426	439	0,436	1,187	1,811
13	David Guevara	Franja Amarilla					
14	Juan Diego Medina	Verde	240	253	0,436	1,586	1,653
15	Alam Gomez	Franja Verde	232	241	0,302	1,505	1,499
16-1	Maria Fernanda Cardenas	Azul	294	308	0,470	1,143	1,64
16-2	Maria Fernanda Cardenas	Azul	148	162	0,470	1,434	1,697

17	Fahissully Lozano	Franja Azul	344	355	0,369	1,149	1,8
18	Diana Franco	Franja Azul	124	134	0,336	1,367	1,632
Grupo de entrenamiento Dokentaego							
19	Jeanny Milagros Gutierrez	Negro	239	252	0,436	1,515	1,672
20	Ana Urdaneta	Principian te	051	061	0,336	0,511	0,821
21	Natharn Rojas	Principian te	370	386	0,335	1,074	1,146
22	Silvana Gutierrez	Principian te	147	155	0,322	0,889	0,845
23	Jhon Gomez	Amarillo	045	056	0,369	1,737	1,371
24	Santiago Neiton	Naranja	106	119	0,436	1,574	1,873
25	Mateo Barbosa	Naranja	434	445	0,368	1,799	1,619
26	Juan Pablo Garcia	Blanco	423	436	0,436	1,629	1,541
27	Daniel Valenzuela	Principian te	254	265	0,369	1,559	1,327

28	Johan Mauricio	Naranja	320	334	0,47	1,949	1,383
29	Nicolas Toro	Naranja	326	337	0,369	-1,720	1,286
Club de Taekwondo Tigres Sesum							
30	Paula Castillo	Amarillo	157	169	0,403	1,512	1,523
31	Andrés Riveros	Amarillo	301	315	0,47	1,74	1.848
32	Yurany Escobar	Blanco	256	269	0,436	1,386	1,705
33	Pablo escobar	Blanco	314	323	0,378	1,204	1,389
34	Crsitofer Chacon	Blanco	149	150	0,327	1,131	1,255
35	Kevin Pelaez	Azul	377	387	0,411	1,529	1,834
36	Keily Chacon	Blanco	201	211	0,336	1,003	1,199
37	Luisa Medina	Principiante	146	155	0,378	1,283	1,227
38	Karen Rojas	Principiante	136	144	0,336	1,4	1,021
39	David Trejos	Principiante	116	125	0,302	0,925	0,958
40	Yomara Contreras	Negro	191	202	0,37	-1,538	1,538
Club de Taekwondo Puño de Fuego							

41	Cristian el valle	Principiante	303	313	0,420	1,316	1,183
42	Darli Castañeda	Principiante	191	199	0,335	1,187	1,217
43	Valentina Chiran	Franja Amarillo	96	107	0,461	1,273	1,431
44	Pablo Yopasa	Franja Verde	169	177	0,336	1,492	1,193
45	Joseph Poveda	Azul	161	174	0,545	1,251	1,413
46	Catherine Camargo	Azul	257	266	0,378	1,314	1,541
47	Sebastian Velasquez	Violeta	108	116	0,335	Q,428	1,564
48	Sara Velasquez	Franja Rojo	301	311	0,420	1,307	1,713
49	Juan Puentes	Rojo	245	254	0,378	1,412	1,756
50	Nicolas Pedraza	Rojo	260	272	0,503	1,238	1,527
51	Angela Pedraza	Franja Negro	268	278	0,419	1,419	1,733
52	Edilberto Pedraza	Negro	220	234	0,587	1,633	1,519

2) Aplicación usada en RedColsi y Poster CICI 2018



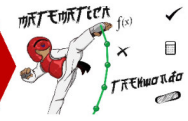


ID 127: Modelación matemática y computacional de la técnica de pateo Dollyo Chagui en el Taekwondo para la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Johanna Julieth Suárez Poveda y Jerson Hamyr Cardenas Cordoba

Universidad de Cundinamarca

yoyjulieth9709@gmail.com, jerson2kup@gmail.com



Introducción

La enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles de educación exigen al docente optar por alternativas diferentes a las tradicionales para el aprendizaje de los estudiantes, siempre se debe buscar hacer énfasis en aquellos temas que son la base de otros contenidos, así pues este proyecto pretende la comprensión del Teorema de Pitágoras, análisis de gráficos y funciones de una manera empírica, además se podría considerar el caso de incorporar esta investigación en el campo de la física, logrando así vincular la realidad del alumno con sus conocimientos teóricos. Este problema genera un gran interés investigativo ya que incorpora aspectos como el análisis de trayectorias e implementa saberes matemáticos en otros campos y en el mismo entorno de entrenamiento. Esto permitirá al docente disminuir las problemáticas existentes en la transferencia del conocimiento en matemáticas utilizando estrategias como la modelación matemática, quien Biembengut (2012) "desde su análisis distingue tres concepciones de modelación matemática: como método de enseñanza y de investigación, como alternativa pedagógica de la matemática y como ambiente de aprendizaje. Se piensa no solo en el esquema de enseñar matemáticas para poder aplicarlas, sino que se instala otro esquema, correspondiente a utilizar la modelación para el aprendizaje de las matemáticas o la generación de diversas capacidades u otros propósitos en la escuela", fomentando la participación activa de los deportistas practicantes de artes marciales en la investigación y de los estudiantes en el aula de clase en la asimilación de conocimientos. La modelación matemática de este deporte permitirá llegar al estudiante por medio de una estrategia de aprendizaje alternativa al lápiz, papel y tablero, una gran ventaja se evidencia en los recursos tecnológicos mínimos requeridos para la implementación de dicha estrategia tales como un computador y un software libre como lo es Tracker, permitiendo aplicar este proyecto incluso en aquellas zonas donde no es posible acceder a internet y así abordar contenidos de matemáticas y física combinadas con un deporte, de esta manera el docente de matemáticas está cumpliendo con su deber de globalizarse haciendo uso de las TIC's en cualquier tipo de población.

Metodología

El trabajo actual requirió para el análisis de las trayectorias la colaboración de algunos practicantes y no practicantes de este deporte, los cuales fueron grabados ejecutando la patada Dollyo Chagui por medio de una cámara de video, posteriormente se pasaron dichos videos al software Tracker el cual facilita analizar la patada por medio de fotografías, es decir se logró un estudio detallado y preciso del movimiento en instantes de tiempo muy cortos. Además de una observación minuciosa a la patada Dollyo Chagui, Tracker ofrece muchas más herramientas. El principal objetivo será el análisis de los ajustes a los desplazamientos que realiza la trayectoria de la patada en interés; un primer desplazamiento horizontal $x(t)$ y un segundo desplazamiento vertical $y(t)$ serán los primordiales en este estudio, visto de otra manera, se tienen dos componentes que el programa genera al realizar la trayectoria del movimiento; sin embargo, cabe la posibilidad de pensar en una tercera componente, a la cual llamaremos magnitud de posición $r(t)$, la cual hace referencia a la norma del vector generado entre el origen del eje coordenado y el punto de posición en un instante dado (el eje coordenado se sitúa en el origen de la trayectoria trazada por la patada Dollyo Chagui).

Resultados



Fig. 1. Trazo de trayectoria patada Dollyo Chagui (Tracker) y relación pitagórica de funciones.

Fuente: Autores

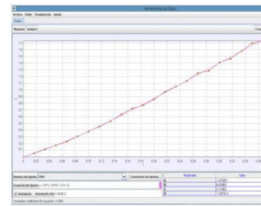
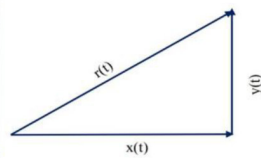


Fig. 2. Ajuste función $x(t)$ (Tracker). Fuente: Autores

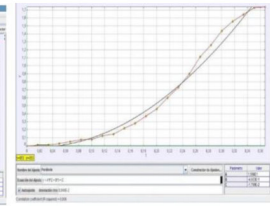


Fig. 3. Ajuste función $y(t)$ (Tracker). Fuente: Autores

Ecuaciones:

$$x(t) = A_1 t^3 + B_1 t^2 + C_1 t + D_1$$

$$y(t) = A_2 t^2 + B_2 t + C_2$$

Por medio del teorema de Pitágoras obtenemos:

$$r(t) = \sqrt{A_1^2 t^6 + 2A_1 B_1 t^5 + (A_2^2 + B_1^2 + 2A_1 C_1) t^4 + 2(A_1 D_1 + B_1 C_1 + A_2 B_2) t^3 + (B_2^2 + C_1^2 + 2A_2 C_2 + 2B_1 D_1) t^2 + 2(C_1 D_1 + B_2 C_2) t + D_1^2 + C_2^2}$$

De lo anterior se pueden plantear 3 casos diferentes:

Variable	Valor
A_1	-10.7
B_1	8.43
C_1	3.115
D_1	-0.0015
A_2	15.98
B_2	-0.4603
C_2	-0.1799
t_f	0.38 s

Tabla 1. Valores caso 1. Fuente: Autores

Caso 1

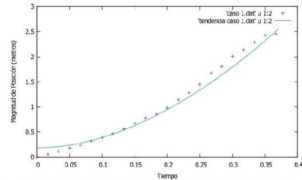


Fig. 4. Gráfica de datos $r(t)$ y respectivo ajuste Caso 1. Fuente: Autores

Variable	Valor
A_1	-35.97
B_1	24.92
C_1	-0.7331
D_1	-0.03574
A_2	4.792
B_2	1.073
C_2	0.06856
t_f	0.42 s

Tabla 2. Valores modelo 2. Fuente: Autores

Caso 2

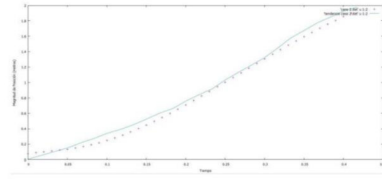


Fig. 5. Gráfica de datos $r(t)$ y respectivo ajuste Caso 2. Fuente: Autores

Caso 3

El objetivo principal de dicho artículo es trazar la trayectoria de la patada con tan solo unas condiciones iniciales, a partir de la metodología utilizada, podemos plantear para el siguiente caso. Se sitúa a un practicante de Taekwondo de grado avanzado a una distancia horizontal $x = 1.68 \text{ m}$ situando un elemento que será el objeto a golpear a una altura $y = 1.70 \text{ m}$. El tiempo que demora en impactar el instrumento fue de $t_f = 0.384 \text{ s}$. A partir de las deducciones encontradas anteriormente, nos dirigimos al código de C++ para graficar la trayectoria, luego se realizó el trazado de la patada en Tracker y así validar la metodología empleada, comparando ambos trazos.

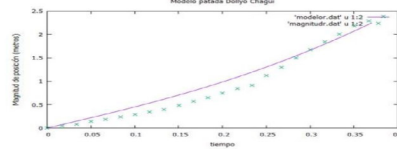


Fig. 6. Gráfica de datos $r(t)$ y respectivo ajuste Caso 3. Fuente: Autores

Conclusiones

A partir de los resultados del caso 3 podemos concluir que para la aproximación u optimización de la patada Dollyo Chagui se requiere conocer las siguientes tres variables iniciales: Distancia horizontal del deportista al objeto a golpear (considerado como el desplazamiento $x(t)$), altura del objeto a golpear medida desde la misma base en línea recta donde se encuentra ubicado el golpeador (considerado como el desplazamiento $y(t)$) y por último el tiempo que demora la persona en impactar el objetivo, de esta manera al introducir dichas condiciones iniciales en el código de C++ que contiene la función $r(t)$, se logra generar la trayectoria de la patada Dollyo Chagui. Tracker como herramienta de análisis resultó siendo un excelente programa que nos brindó una visualización de las patadas y su trayectoria. Se observó que generan una curva de tendencia al coeficiente de correlación, por lo tanto el análisis se puede facilitar respecto a los sistemas dinámicos.

Referencias

Bassanezi, R. C. (2002). Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. Editora Contexto.

Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. New York: Springer.

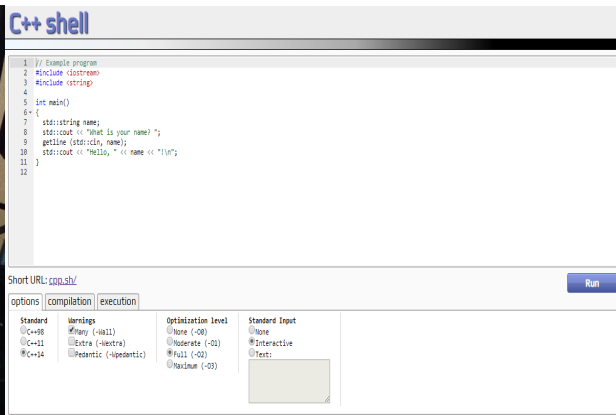
Torres L. (2009). Estudio sobre parámetros mecánicos y autoeficiacia física percibida en la patada 'Dolio Chagui' de Taekwondo. (Tesis doctoral). Universitat de Valencia, Facultad de Medicina y Odontología, Departamento de Fisiología. Valencia. (p. 42). Extraído de: <https://www.tdx.cat/handle/10803/9923>

Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación matemática como un proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. Teo no Lógicas, 19, 63-66.

Izquierdo, M., (2008). Biomecánica y Bases Neuromusculares de la Actividad Física y el Deporte. Madrid, España: Médica Panamericana. 2. Visualizado en: https://books.google.com.co/books/about/Biomecánica_y_bases_neuromusculares_de.html?id=F49092Up4wC&redir_esc=y



3) Instrumentos utilizados



4) Teorema utilizado para la muestra poblacional

Teorema 9.4. Si \hat{p} se utiliza como un estimado de p , podemos tener un $100(1 - \alpha)\%$ de confianza en que el error será menor que una cantidad específica e cuando el tamaño de la muestra sea aproximadamente

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{p} \hat{q}}{e^2}$$

Donde:

- $z_{\alpha/2}$ corresponde al nivel de confianza
- \hat{p} es la probabilidad de éxito o proporción esperada
- \hat{q} probabilidad de fracaso
- e precisión (error máximo admisible en términos de proporción)

Confianza= 95%

Hallamos el nivel de significancia:

$$\alpha = 1 - \frac{\text{Confianza}}{100}$$

$$\alpha = 1 - \frac{95}{100}$$

$$\alpha = 1 - 0,95$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Para encontrar el nivel de confianza:

$$z_{0,025} = 1 - 0,025 = 0,975$$

Al buscar este valor en la tabla – tenemos:

$$z_{0,025} = 1,96$$

Entonces tendremos en cuenta:

$$z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\hat{p} = 0,05$$

$$\hat{q} = 0,95$$

$$e = 0,05$$

La muestra necesaria deber ser:

$$n = \frac{(1,96)^2(0,05)(0,95)}{(0,06)^2}$$

$$n = \frac{(3,8416)(0,0475)}{0,0036}$$

$$n = \frac{0,182476}{0,0036}$$

$$n = 50,68$$