

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 1 de 10

21.1

FECHA	miércoles, 24 de agosto de 2022
--------------	---------------------------------

Señores
UNIVERSIDAD DE CUNDINAMARCA
 BIBLIOTECA
 Ciudad

UNIDAD REGIONAL	Sede Fusagasugá
TIPO DE DOCUMENTO	Tesis
FACULTAD	Educación
NIVEL ACADÉMICO DE FORMACIÓN O PROCESO	Pregrado
PROGRAMA ACADÉMICO	Licenciatura en Matemáticas

El Autor(Es):

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS	No. DOCUMENTO DE IDENTIFICACIÓN
Molina Romero	Didier Rodrigo	1069755211

Director(Es) y/o Asesor(Es) del documento:

APELLIDOS COMPLETOS	NOMBRES COMPLETOS
Trujillo Pulido	Cesar Javier

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
 Teléfono: (091) 8281483 Línea Gratuita: 018000180414
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
 NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
 Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 2 de 10

TÍTULO DEL DOCUMENTO

Cartilla didáctica para el aprendizaje de razones y proporciones dirigida a población con discalculia.

SUBTÍTULO

(Aplica solo para Tesis, Artículos Científicos, Disertaciones, Objetos Virtuales de Aprendizaje)

EXCLUSIVO PARA PUBLICACIÓN DESDE LA DIRECCIÓN INVESTIGACIÓN

INDICADORES	NÚMERO
ISBN	
ISSN	
ISMN	

AÑO DE EDICIÓN DEL DOCUMENTO	NÚMERO DE PÁGINAS
2018	122

DESCRIPTORES O PALABRAS CLAVES EN ESPAÑOL E INGLÉS (Usar 6 descriptores o palabras claves)

ESPAÑOL	INGLÉS
1. Discalculia	Dyscalculia
2. Fracciones	Fractions
3. Razones	Reasons
4. Proporciones	Proportions
5. Cartilla	Primer
6. Didáctica	Didactic

FUENTES (Todas las fuentes de su trabajo, en orden alfabético)

Avila P., Morales C. (2001). *ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE*. Obtenido de UNAD:

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 3 de 10

http://datateca.unad.edu.co/contenidos/434206/434206/captulo_10_estrategias_para_el_aprendizaje.html

Corte institucional. (s.f.). Obtenido de

<https://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>,

David, G. (2017). *La Discalculia en Edad Temprana*. Obtenido de Enciclopedia sobre el desarrollo de la primera infancia : <https://www.encyclopedia-infantes.com/sites/default/files/textes-experts/es/2668/la-discalculia-en-edad-temprana.pdf>

De la Peña Álvares, C., & Bernabeu Brotons, E. (2008). *Dislexia y discalculia: una revisión sistemática actual desde la neurogenética*. Obtenido de Universidad Fransisco de Victoria: <http://ddfv.ufv.es/xmlui/handle/10641/1505>

Decreto 1421 de 2017. (s.f.). Obtenido de Ministerio de Educacion de Colombia: <http://es.presidencia.gov.co/normativa/normativa/DECRETO%201421%20DEL%2029%20DE%20AGOSTO%20DE%202017.pdf>

Decreto 2230 de Agosto 8 de 2003. (s.f.). Obtenido de Minsterio de Educacion de Colombia : https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86029_archivo_pdf.pdf

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 4 de 10

Galvez. (1994).

García Ramírez, C. J., & Romero González, S. P. (2014). *APRENDIZAJE EN PROFUNDIDAD DE RAZONES Y PROPORCIONES BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*. Obtenido de Repositorio UTP: repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/4629/3701G216.pdf

Ley 489 de 1998. (s.f.). Obtenido de Departamento Administrativo de la Función

Pública:

https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma_pdf.php?i=186

Martinez Pimienta, I. (19 de Febrero de 2020). Discalculia, trastorno que impide aprender matemáticas. *El universal*.

Ministerio de Educación. (s.f.). Obtenido de

[https://www.mineduccion.gov.co/1621/w3-printer-](https://www.mineduccion.gov.co/1621/w3-printer-184681.html#:~:text=Ley%20115%20de%201994%2D%20Ley,familia%20y%20de%20la%20sociedad.)

[184681.html#:~:text=Ley%20115%20de%201994%2D%20Ley,familia%20y%20de%20la%20sociedad.](https://www.mineduccion.gov.co/1621/w3-printer-184681.html#:~:text=Ley%20115%20de%201994%2D%20Ley,familia%20y%20de%20la%20sociedad.)

Pinazza, M. (s.f.). *I II CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE SITUACIONES*

DIDÁCTICAS. Obtenido de crecer y sonreír:

crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 5 de 10

Pixel. (2020 de Abril de 2020). Discalculia, el por qué tantos niños son malos en matemáticas. *El mundo*.

Soto Quiñones , M., Rodríguez Ramírez, M., & Piña Robles, C. (s.f.). *LAS SITUACIONES (DIDÁCTICAS) DE FORMACIÓN MATEMÁTICA O LAS COMPETENCIAS DEL SABER “ENSEÑADO”*. Obtenido de XIV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS Diversidad y Matemáticas:

https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwitkIGnuervAhWImeAKHVuKBO8QFjAAegQIBRAD&url=https%3A%2F%2Fthales.cica.es%2Fxivceam%2Factas%2Fpdf%2Fcom04.pdf&usg=AOvVaw1mAEZIW6Esg2wMOEc_EGuQ

TECNOLOGÍAS, T. Y. (s.f.).

RESUMEN DEL CONTENIDO EN ESPAÑOL E INGLÉS
(Máximo 250 palabras – 1530 caracteres, aplica para resumen en español):

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 6 de 10

Es una investigación acerca de las estrategias que se pueden implementar como apoyo para el proceso de aprendizaje de las razones y proporciones con estudiantes que tengan condición de discalculia a través de una cartilla didáctica. Se realizó una investigación de campo en el colegio Institución educativa Teodoro Aya Villaveces, con el grado séptimo, observando los estudiantes que presentan dificultad en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, e indagando este proceso con el docente de matemáticas de la institución y por parte de Orientación, con el fin de poder categorizar la población, seguido de la aplicación de una prueba, que nos ayuda a determinar si el estudiante pueda presentar discalculia.

Por otro lado, se ejecutó una recolección de información sobre las características fundamentales que puede presentar la población D.A.M (dificultad de aprendizaje de las matemáticas), así como las técnicas de interacción que se pueden presentar en el aula, y de esta manera consolidar la información, por medio de una la creación de una cartilla didáctica, la cual aplica las técnicas mencionadas, sirviendo de apoyo en el proceso de aprendizaje de las razones y proporciones. El propósito es aportar una propuesta de apoyo para la población que padece de la condición de discalculia, y oriente un proceso más detallado acerca de las razones y proporciones.

Finalmente, a través de la aplicación de la cartilla en el aula y de entrevistas particulares con los estudiantes, se genera una serie de conclusiones y recomendaciones para la mejora de la cartilla.

It is an investigation about the strategies that can be implemented as support for the learning process of the reasons and proportions with students who will have dyscalculia condition through a didactic primer. A field investigation was carried out at the Teodoro Aya Villaveces Educational Institution school, with the seventh grade, observing the students who present difficulty in the process of learning mathematics, and investigating this process with the mathematics teacher of the institution and by Orientation, in order to be able to categorize the population, followed by the application of a test, which helps us determine if the student may have dyscalculia.

On the other hand, a compilation of information was carried out on the fundamental characteristics that the D.A.M population can present (difficulty in learning mathematics), as well as the interaction techniques that can be presented in the classroom, and in this way consolidate the information, through the creation of a didactic booklet, which applies the aforementioned techniques, serving as support in the learning process of ratios and proportions. The purpose is to provide a support proposal for the population suffering from the condition of dyscalculia, and guide a more detailed process about the reasons and proportions.

Finally, through the application of the primer in the classroom and private interviews with the students, a series of conclusions and recommendations are generated for the improvement of the primer.

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Por medio del presente escrito autorizo (Autorizamos) a la Universidad de Cundinamarca para que, en desarrollo de la presente licencia de uso parcial, pueda ejercer sobre mí (nuestra) obra las atribuciones que se indican a continuación, teniendo en cuenta que, en cualquier caso, la finalidad perseguida será facilitar, difundir y promover el aprendizaje, la enseñanza y la investigación.

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
Teléfono: (091) 8281483 Línea Gratuita: 018000180414
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
NIT: 890.680.062-2

*Documento controlado por el Sistema de Gestión de la Calidad
Asegúrese que corresponde a la última versión consultando el Portal Institucional*

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 7 de 10

En consecuencia, las atribuciones de usos temporales y parciales que por virtud de la presente licencia se autoriza a la Universidad de Cundinamarca, a los usuarios de la Biblioteca de la Universidad; así como a los usuarios de las redes, bases de datos y demás sitios web con los que la Universidad tenga perfeccionado una alianza, son: Marque con una "X":

AUTORIZO (AUTORIZAMOS)	SI	NO
1. La reproducción por cualquier formato conocido o por conocer.	X	
2. La comunicación pública, masiva por cualquier procedimiento o medio físico, electrónico y digital.	X	
3. La inclusión en bases de datos y en sitios web sean éstos onerosos o gratuitos, existiendo con ellos previa alianza perfeccionada con la Universidad de Cundinamarca para efectos de satisfacer los fines previstos. En este evento, tales sitios y sus usuarios tendrán las mismas facultades que las aquí concedidas con las mismas limitaciones y condiciones.	X	
4. La inclusión en el Repositorio Institucional.	X	

De acuerdo con la naturaleza del uso concedido, la presente licencia parcial se otorga a título gratuito por el máximo tiempo legal colombiano, con el propósito de que en dicho lapso mi (nuestra) obra sea explotada en las condiciones aquí estipuladas y para los fines indicados, respetando siempre la titularidad de los derechos patrimoniales y morales correspondientes, de acuerdo con los usos honrados, de manera proporcional y justificada a la finalidad perseguida, sin ánimo de lucro ni de comercialización.

Para el caso de las Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, de manera complementaria, garantizo(garantizamos) en mi(nuestra) calidad de estudiante(s) y por ende autor(es) exclusivo(s), que la Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía en cuestión, es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi(nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro (aseguramos) que no contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas, por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos de la Tesis o Trabajo de Grado es de mí (nuestra) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAr113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 8 de 10

Sin perjuicio de los usos y atribuciones otorgadas en virtud de este documento, continuaré (continuaremos) conservando los correspondientes derechos patrimoniales sin modificación o restricción alguna, puesto que, de acuerdo con la legislación colombiana aplicable, el presente es un acuerdo jurídico que en ningún caso conlleva la enajenación de los derechos patrimoniales derivados del régimen del Derecho de Autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “*Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores*”, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables. En consecuencia, la Universidad de Cundinamarca está en la obligación de RESPETARLOS Y HACERLOS RESPETAR, para lo cual tomará las medidas correspondientes para garantizar su observancia.

NOTA: (Para Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía):

Información Confidencial:

Esta Tesis, Trabajo de Grado o Pasantía, contiene información privilegiada, estratégica, secreta, confidencial y demás similar, o hace parte de la investigación que se adelanta y cuyos resultados finales no se han publicado.

SI ___ NO X.

En caso afirmativo expresamente indicaré (indicaremos) en carta adjunta, expedida por la entidad respectiva, la cual informa sobre tal situación, lo anterior con el fin de que se mantenga la restricción de acceso.

LICENCIA DE PUBLICACIÓN

Como titular(es) del derecho de autor, confiero(erimos) a la Universidad de Cundinamarca una licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integrará en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha de inclusión en el repositorio, por un plazo de 5 años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del autor. El autor podrá dar por terminada la licencia solicitándolo a la Universidad por escrito. (Para el caso de los Recursos Educativos Digitales, la Licencia de Publicación será permanente).

b) Autoriza a la Universidad de Cundinamarca a publicar la obra en formato y/o soporte digital, conociendo que, dado que se publica en Internet, por este hecho circula con un alcance mundial.

	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 9 de 10

c) Los titulares aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto, renuncian a recibir beneficio alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente licencia y de la licencia de uso con que se publica.

d) El(Los) Autor(es), garantizo(amos) que el documento en cuestión es producto de mi(nuestra) plena autoría, de mi(nuestro) esfuerzo personal intelectual, como consecuencia de mi (nuestra) creación original particular y, por tanto, soy(somos) el(los) único(s) titular(es) de la misma. Además, aseguro(aseguramos) que no contiene citas, ni transcripciones de otras obras protegidas, por fuera de los límites autorizados por la ley, según los usos honrados, y en proporción a los fines previstos; ni tampoco contempla declaraciones difamatorias contra terceros; respetando el derecho a la imagen, intimidad, buen nombre y demás derechos constitucionales. Adicionalmente, manifiesto (manifestamos) que no se incluyeron expresiones contrarias al orden público ni a las buenas costumbres. En consecuencia, la responsabilidad directa en la elaboración, presentación, investigación y, en general, contenidos es de mí (nuestro) competencia exclusiva, eximiendo de toda responsabilidad a la Universidad de Cundinamarca por tales aspectos.

e) En todo caso la Universidad de Cundinamarca se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del autor y la fecha de publicación.

f) Los titulares autorizan a la Universidad para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

g) Los titulares aceptan que la Universidad de Cundinamarca pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

h) Los titulares autorizan que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados en los literales anteriores bajo los límites definidos por la universidad en el “Manual del Repositorio Institucional AAAM003”

i) Para el caso de los Recursos Educativos Digitales producidos por la Oficina de Educación Virtual, sus contenidos de publicación se rigen bajo la Licencia Creative Commons: Atribución- No comercial- Compartir Igual.



j) Para el caso de los Artículos Científicos y Revistas, sus contenidos se rigen bajo la Licencia Creative Commons Atribución- No comercial- Sin derivar.



Nota:

Diagonal 18 No. 20-29 Fusagasugá – Cundinamarca
 Teléfono: (091) 8281483 Línea Gratuita: 018000180414
www.ucundinamarca.edu.co E-mail: info@ucundinamarca.edu.co
 NIT: 890.680.062-2

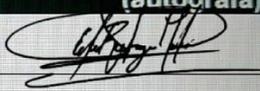
	MACROPROCESO DE APOYO	CÓDIGO: AAAR113
	PROCESO GESTIÓN APOYO ACADÉMICO	VERSIÓN: 6
	DESCRIPCIÓN, AUTORIZACIÓN Y LICENCIA DEL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	VIGENCIA: 2022-09-14
		PAGINA: 10 de 10

Si el documento se basa en un trabajo que ha sido patrocinado o apoyado por una entidad, con excepción de Universidad de Cundinamarca, los autores garantizan que se ha cumplido con los derechos y obligaciones requeridos por el respectivo contrato o acuerdo.

La obra que se integrará en el Repositorio Institucional está en el(los) siguiente(s) archivo(s).

Nombre completo del Archivo Incluida su Extensión (Ej. Nombre completo del proyecto.pdf)	Tipo de documento (ej. Texto, imagen, video, etc.)
1. Cartilla_didactica_discalculia.pdf	Texto
2.	
3.	
4.	

En constancia de lo anterior, Firmo (amos) el presente documento:

APELLIDOS Y NOMBRES COMPLETOS	FIRMA (autógrafa)
Molina Romero Didier Rodrigo	

21.1-51-20.



Cartilla didáctica para el aprendizaje de razones y proporciones dirigida a población con discalculia.

Didier Rodrigo Molina Romero

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de:

Licenciado en Matemáticas

Asesor: Cesar Javier Trujillo

Mg en Administración y planificación educativa

Universidad de Cundinamarca

Facultad de Educación, Licenciatura en Matemáticas

Fusagasugá, Colombia

2022

Dedicatoria:

A Dios, quien es mi guía y fortaleza.

Mi familia, quienes, con su amor, ternura y consejo, son mi apoyo y motivación para enfrentar cada reto, haciendo dar lo mejor de sí mismo ante cada situación, a los seres queridos que hoy no están conmigo pero desde el cielo me acompañan.

Agradecimientos

Agradezco a todos los docentes que hicieron parte de mi proceso de formación académica, quienes participaron y apoyaron en este camino, especialmente a mi asesor, el docente Cesar Trujillo, quien, con su ayuda, su conocimiento, paciencia y dedicación permitió culminar este trabajo de grado.

A las directivas del colegio Teodoro Aya Villaveces, quienes me abrieron las puertas y me permitieron realizar mi investigación con los estudiantes de esta institución.

A mi familia, por su apoyo incondicional y finalmente a mis compañeros por todas las experiencias vividas

RESUMEN

El presente trabajo de grado es una investigación acerca de las estrategias que se pueden implementar como apoyo para el proceso de aprendizaje de las razones y proporciones con estudiantes que tengan condición de discalculia a través de una cartilla didáctica. Se realizó una investigación de campo en el colegio Institución educativa Teodoro Aya Villaveces, con el grado séptimo, observando los estudiantes que presentan dificultad en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, e indagando este proceso con el docente de matemáticas de la institución y por parte de Orientación, con el fin de poder categorizar la población, seguido de la aplicación de una prueba, que nos ayuda a determinar si el estudiante pueda presentar discalculia.

Por otro lado, se ejecutó una recolección de información sobre las características fundamentales que puede presentar la población D.A.M (dificultad de aprendizaje de las matemáticas), así como las técnicas de interacción que se pueden presentar en el aula con ellos, y de esta manera consolidar la información, por medio de una la creación de una cartilla interactiva, la cual aplica las técnicas mencionadas, sirviendo de apoyo en el proceso de aprendizaje de las razones y proporciones. El proyecto tiene como objetivo contribuir con una propuesta de apoyo para la población que padece de la condición de discalculia, y oriente un proceso más detallado acerca de las razones y proporciones, basado en los fundamentos y valores de la Institución educativa Teodoro Aya Villaveces, así como en DUA y en los procesos de inclusión en el aula.

Finalmente, a través de la aplicación de la cartilla en el aula y de entrevistas particulares con los estudiantes que posiblemente presenten discalculia, se pueda generar una serie de conclusiones y recomendaciones para la mejora de la cartilla.

Palabras clave:

Discalculia, cartilla didáctica, razones y proporciones, inclusión

Tabla de Contenido

RESUMEN.....	iii
INTRODUCCIÓN.....	1
1. ASPECTOS PRELIMINARES.....	3
1.1 JUSTIFICACIÓN.....	3
1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	5
1.3 OBJETIVOS.....	8
1.3.1 Objetivo general.....	8
1.3.2 Objetivos específicos.....	8
1.4 ANTECEDENTES.....	8
1.4.1 Antecedente sobre discalculia.....	8
1.4.2 Antecedentes acerca de herramientas en el aula.....	10
1.5 MARCO TEÓRICO.....	12
1.5.1 Aprendizaje significativo.....	12
1.5.2 La Didáctica.....	14
1.5.3 Dificultades en el aprendizaje.....	16
1.5.4 Discalculia.....	17

2. MARCO REFERENCIAL.....	19
2.1 MARCO CONCEPTUAL	19
2.1.1 regla de tres	20
2.1.2 . Proporcionalidad.....	21
2.2 MARCO LEGAL	23
2.2.1 Constitución política de Colombia de 1991	23
2.2.2 . Ley General de Educación, Ley 115 de febrero 8 de 1994.	23
2.2.3 Decreto 2230 de agosto de 8 de 2003.	24
2.2.4 Resolución No 183 de febrero 2 de 2004.....	24
2.2.5 Decreto 1421 del 29 de agosto de 2017.	25
2.3 MARCO CONTEXTUAL	25
2.3.1 Caracterización de la población	26
2.3.2 Reseña histórica	27
3. DISEÑO METODOLÓGICO	31
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN	31
3.2 METODO DE INVESTIGACION	32
3.3 TECNICAS DE RECOLECCION DE DATOS	32
3.4 ANÁLISIS DE LA PRUEBA.....	33

3.5	DISEÑO Y ELABORACIÓN DE LA CARTILLA	40
3.5.1	Actividades	41
3.5.2	Contenido de la cartilla	42
3.5.3	Aplicación y tecnologías utilizada	48
5.2	CONCLUSIONES.....	50
4.	<i>BIBLIOGRAFÍA.....</i>	51
5.	<i>ANEXOS.....</i>	54
	Anexo I: Prueba BERDE.....	54
	Anexo II: Cartilla.....	70
	Anexo III: Aplicación test Berde	104
	Anexo VI: Aplicación de cartilla.....	107

Tabla de ilustraciones

Ilustración 1 Prueba de Cuadritos.....	36
Ilustración 2 <i>resultados prueba cuadritos</i>	36
Ilustración 3 Prueba recta numérica	37
Ilustración 4 Resultados prueba recta numérica	38
Ilustración 5 Prueba "palitos"	38
Ilustración 6 Resultados prueba de "palitos"	39
Ilustración 7 Aspecto llamativo	43
Ilustración 8 Actividad de partir en pedazos iguales	44
Ilustración 9 Formas de repartir.....	45
Ilustración 10 Código QR.....	48
Ilustración 11 Scratch "fracciones"	49
Ilustración 12 Proporcionalidad.....	46
Ilustración 13 Propiedades de la proporcionalidad.....	47

Índice de tablas

Tabla 1 Cantidad de estudiantes por curso.....	33
Tabla 2 Edades de estudiantes.....	34
Tabla 3 Resultados prueba de restas	40

INTRODUCCIÓN

A través del tiempo se ha incrementado las herramientas pedagógicas que permiten captar la atención en los estudiantes, esto se debe en gran medida al avance entre la relación de la tecnología y la educación. Con la llegada de la pandemia del Covid-19 muchos de estos instrumentos se fueron volviendo una necesidad aún más indispensable a comparación de años anteriores, donde la interacción entre docentes y estudiantes se realizó a través de plataformas virtuales educativas, apoyadas de iniciativas formativas, en el cual el docente brindaba múltiples herramientas para el estudiante, permitiendo a su vez que el estudiantes explore maneras diferentes de aprender, alejándose de la formación tradicional y a su vez admitiendo que el alumno avance a su propio ritmo.

Teniendo en cuenta el papel tan importante e indispensable que ha generado en varios países el tema de la tecnología y la educación, se han realizado cumbres Mundiales sobre la sociedad de la información (CMSI), donde establece “las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) poseen enormes posibilidades para acrecentar el acceso a una educación de calidad, así como para facilitar el proceso mismo de aprendizaje, orientada al desarrollo y el conocimiento” (TECNOLOGÍAS, pág. 498), así mismo también realiza una descripción de la importancia de la educación especial para aquellos estudiantes que presenten alguna dificultad física, psicológica, motriz, o de aprendizaje a la hora del aprendizaje.

Así mismo se establece la necesidad de generar nuevas alternativas de aprendizaje o soluciones que apoyen el aprendizaje, muchos de los estudiantes muestran su dificultad a la hora de desarrollar

actividades, operaciones, análisis de datos e interpretación de datos, así mismo algunos temas más complejos a medida que se va avanzando de grado estudiantil, muchos de estas dificultades son establecidas para estudiantes que presentan una dificultad de discalculia “DAM”, un estudio revela que por un grupo determinado de estudiantes que supere más de veinticinco (25) estudiantes hay un porcentaje que presenta dificultades de discalculia. (Pixel, 2020)

En este sentido, la presente investigación está encaminada hacia la realización de una cartilla de soporte o apoyo para el fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, mediante la implementación de una cartilla virtual como recurso pedagógico, con los estudiantes de séptimo grado en condición de discalculia de la institución educativa técnica Teodoro Aya Villaveces, del municipio de Fusagasugá, Cundinamarca, Colombia. en condición “DAM”

La investigación inicialmente aborda diferentes autores que hablan aspectos relacionados sobre relaciones y proporciones donde se genera aspectos centrales del estudio, desarrollando algunos aspectos teóricos relacionados con el tema y una manera dinámica, que genere un estímulo educativo para los estudiantes con discalculia, utilizando aspectos metodológicos propios de una cartilla dinámica, basado en actividades con experiencias significativas y del constructivismo, de modo que partiendo de situaciones cotidianas el estudiantes pueda ir construyendo el concepto de los temas que se involucran en la cartilla.

1. ASPECTOS PRELIMINARES

1.1 JUSTIFICACIÓN.

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2020), las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibilite avanzar a niveles de competencia más y más complejos, de modo que la enseñanza de las matemáticas requiere la aplicación de estrategias que fomenten el desarrollo de las competencias, la capacidad de pensamiento y la reflexión lógica.

De acuerdo con lo mencionado, es preciso señalar que los estudiantes deben tener un proceso de aprendizaje basado en experiencias significativas y estrategias que faciliten la comprensión de diversos temas matemáticos, abarcándolos desde diversos puntos de vista y no solo desde la definición propia, alejándose un poco del modelo pedagógico de la escuela tradicional y dando en cambio un acercamiento a modelos como el aprendizaje significativo y la enseñanza para la comprensión. Como bien expresa el MEN la enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de variados procesos, donde se distingue la situación y actividad del aprendizaje, que encaminan diversos contenidos de manera no evidente entre sí mismo, esto articulado de material didáctico, asumiendo los retos de las tecnologías y los procesos de enseñanza de la matemática integrando diferentes tipos de representaciones para el tratamiento de los conceptos (tablas, gráficas, ecuaciones, simulaciones, modelaciones, etc.).

Dentro de los estándares básicos de competencias en matemáticas, se relacionan los cinco tipos de pensamientos, en los que se destacan, el pensamiento numérico donde trabaja la comprensión del conteo desde su fase fundamental hasta llegar a la profundización, , junto a las relaciones aritméticas en las que se evidencia las técnicas de estimación y cálculo; también se encuentra el pensamiento métrico se refiere al uso y comprensión de las magnitudes y los sistemas métricos como parte esencial de la cuantificación, dentro de las situaciones problema el mundo real. Estos dos tipos de pensamiento se relacionan directamente con las razones y proporciones, las cuales son un tema que genera dificultad en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Uno de los pioneros en indagar en la forma en que se imparte este tema es Piaget, a principios de los años sesenta, abarcándolo desde diferentes líneas de investigación como los es de carácter cognitivo, didáctico, curricular entre otros (Piaget & Inhelder, 1958). Él resalta la importancia del razonamiento proporcional enfatizando el análisis de las operaciones concreta hacia operaciones formales, planteando que para la comprensión de estos procesos se presentan dos aspectos, uno lógico y uno matemático. Bajo el aspecto lógico, la proporción es un esquema que establece relaciones entre relaciones (una razón es una relación entre dos variables, y la proporción una relación de equivalencia entre dos razones) e implica el recurso a una lógica de segundo orden. Bajo el aspecto matemático, las compensaciones cuantitativas asumen la forma de esquemas proposicionales de equivalencia que permiten garantizar que en el proceso de variación se conserve invariante un cociente o un producto. (Obando Zapata, Arboleda Aparicio, & Vasco , 2014)

Contemplando la complejidad a la hora de abarcar el tema de razones y proporciones en un contexto escolar, cabe añadir que es aún más complejo este proceso de enseñanza para los estudiantes que puedan presentar discalculia, ya que presentan dificultad en los procesos de realización de cálculos, contar, reconocer, interpretar y emparejar números con determinadas

cantidades, dificultad en la comprensión aritmética y, en consecuencia, dificultades en las operaciones en las que requieren esta comprensión.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y pensando implementar nuevos procesos de enseñanza para que el estudiante pueda ir mejorando sus procesos paulatinamente, dando una mejora en la representaciones de las razones y proporciones se genera una cartilla didáctica que reúne contenido relevante junto con estrategias para la enseñanza de razones y proporciones, adaptada y dirigida a los estudiantes que presentan discalculia, aplicada a alumnos de grado séptimo en la institución educativa técnica Teodoro Aya Villaveces de Fusagasugá, durante el desarrollo de esta investigación fue necesario aplicar a los estudiantes de grado séptimo el test BERDE (batería para la evaluación rápida de la discalculia evolutiva), para poder tener un concepto inicial de sus habilidades y dificultades, sirviendo para establecer cuáles son los estudiantes que presentan una mayor dificultad en el aprendizaje de matemáticas o presentan discalculia. En el contenido de la cartilla didáctica se implementaron las herramientas digitales apoyados de las tics, lo que conlleva a una mejora en el razonamiento, el análisis e interpretación de datos y la capacidad para la resolución de problemas; donde cambia el ámbito de lo que el docente desea transmitir y lo que el estudiante realmente percibe.

1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Actualmente existe en el medio escolar un bajo gusto por las matemáticas, pero más allá de esta situación se presenta otra aún más delicada que se trata de un trastorno que impide realizar efectivamente el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Muchos niños no tienen la misma

capacidad que otros para aprender matemáticas, y es ahí donde incluso puede aparecer la discalculia, la cual se define como una alteración específica del aprendizaje que se caracteriza por la dificultad en la adquisición de las destrezas matemáticas en niños con un nivel intelectual normal. Según estadísticas en Colombia, en una clase de 25 alumnos, al menos un niño tendrá discalculia. (Martinez Pimienta, 2020). Los últimos estudios indican que en la discalculia hay una alteración del sentido numérico, considerada como una habilidad innata que permite cuantificar los elementos del entorno. Nos permite calcular “aproximadamente” un número de objetos y distinguir entre “mucho” y “poco” (Cordes & Brannon, 2008). Se distinguen que las principales señales que alertan un caso de posible discalculia es cuando un estudiante emplea demasiado los dedos para contar, les resulta muy complicado hacer cálculos aproximados, se le dificulta manipular números grandes, problemas de transcripción y por consiguiente se empieza a volver frecuente la manifestación de sensación de fracaso lo que conlleva a la ansiedad o bloqueo hacia las tareas de matemáticas.

Teniendo en cuenta la dificultad ya presentada por partes de los estudiantes que presentan discalculia, cabe reconocer la valoración que a nivel curricular tienen ejes temáticos en torno a las razones y proporciones, éstas continúan siendo un problema complejo en relación con los procesos de enseñanza y de aprendizaje, a pesar de los importantes avances logrados en la investigación en didáctica de las matemáticas (caracterizaciones finas de los problemas cognitivos y didácticos) aún no se logran consolidar propuestas que modifiquen la forma como las razones y proporciones se abordan en los contextos escolares. (Obando, Vasco, & Arboleda, 2014).

Actualmente en los ambientes educativos se da poca importancia necesaria a este tipo de trastornos, además se carece de información en especial de ámbito regional y nacional para la detección de esta problemática en los estudiantes y seguir un continuo seguimiento.

En consecuencia, se plantea el siguiente interrogante.

¿Cómo apoyar el proceso de enseñanza de razones y proporciones a partir de la construcción e implementación de una herramienta didáctica a través de estrategias de intervención para estudiantes que presentan discalculia del grado séptimo de la institución educativa técnica municipal Teodoro Aya Villaveces?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 *Objetivo general*

Elaborar una cartilla didáctica que permita mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en razones y proporciones a los estudiantes que presentan discalculia.

1.3.2 *Objetivos específicos*

- Aplicar una prueba diagnóstica en los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa técnica municipal Teodoro Aya Villaveces, para poder evaluar las habilidades en los procesos numéricos y cálculos en razones y proporciones.
- Analizar los datos arrojados del test con el fin de establecer la población que presenta discalculia y realizar actividades apropiadas para la elaboración de la cartilla.
- Recolección de información y material para el diseño de la cartilla didáctica, de razones y proporciones adecuada para la población que presenta dificultades de discalculia.

1.4 ANTECEDENTES

1.4.1 *Antecedente sobre discalculia*

Estudios recientes establecen que, en promedio, uno de cada 25 estudiantes presenta discalculia, lo cual es una cifra muy considerable. Es común que se asocie un bajo rendimiento en el área de las matemáticas, con el bajo interés de los estudiantes por aprender esta materia, y no tener en cuenta que este bajo rendimiento puede asociarse a una condición neurológica que le dificulte el

proceso de aprendizaje y razonamiento de las matemáticas. En los últimos años, han elaborado estudios más profundos sobre esta problemática, mostrando un desarrollo sobre la investigación de la discalculia, planteando varios puntos de vista, entre ellos, una mirada genética, la cual realiza una revisión desde la neuro genética, tal como lo manifiesta (De La Peña Álvarez & Bernabéu Brotóns, 2018) a través de su artículo “Dislexia y discalculia: una revisión sistemática actual desde la neuro genética”, donde realiza un amplio recorrido bibliográfico acerca de los trastornos específicos del aprendizaje en el que el objetivo del estudio es realizar una síntesis de los descubrimientos científicos de los últimos diez años sobre las bases neuroanatómicas y genéticas de la dislexia y la discalculia, facilitando herramientas para orientar al contexto psicológico y educativo, a su vez proporcionando respuestas definitivas. Ellas mencionan que la capacidad para las matemáticas, debe considerarse un conjunto de habilidades más que una habilidad unitaria, donde según el modelo de cognitivo de (Dehaene & Cohen , 1995), se basa en primera medida en un sistema analógico de representación de las cantidades, y explica los números como una distribución de activación sobre una línea mental numérica, seguido de un código verbal (fonológico y grafémica) en el que los números están organizados en secuencias de palabras organizadas sintácticamente. Estas representaciones se relacionan con la corteza perisilviana izquierda, implicada en el procesamiento verbal, y por ultimo un código visual arábigo, de carácter ideográfico, en él los números se representan como cadenas de dígitos; este código permite manipularlos números espacialmente.

Desde un punto de vista psicológico, se plantea que el juego es una opción de tratamiento para discalculia, como lo menciona (Carcaño, 2019) en el IX Congreso Estudiantil y IV Congreso internacional de investigación en Psicología, donde se dice que el juego desarrolla y potencializa las diversas habilidades y capacidades de los individuos, por lo cual el uso del juego educativo

como una herramienta auxiliar en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el área matemática puede contribuir al progreso de conocimiento al igual que en la disminución de la gravedad en dicho trastorno.

1.4.2 *Antecedentes acerca de herramientas en el aula.*

Luego de dar un recorrido por las investigaciones acerca de la discalculia, cabe mencionar las herramientas que existen y se han implementado en estudiantes que presentan discalculia, en donde tiene lugar la didáctica, así como lo mencionan (Arrieta Vilorio, Peñaloza Serrano, & Prasca Martínez, 2013), en su trabajo de grado para recibir el título de Licenciada en Pedagogía Infantil “La didáctica como herramienta ante los trastornos del aprendizaje (Dislexia y discalculia) en los grados de primero hasta tercero de básica primaria en la Institución Educativa Juan José Nieto”, concluyendo que la comprensión de los múltiples problemas que presenta los niños y niñas con relación al aprendizaje requiere un conocimiento total de lo que es el aprendizaje y de todos los factores que intervienen en este. Sin lugar a duda los trastornos de aprendizaje son una realidad que involucra los procesos biológicos, sociales, cognitivos y psicológicos de los estudiantes, donde los maestros deben tratar de identificar de manera temprana dichas dificultades para así lograr establecer un tratamiento adecuado a la necesidad del educando y poder superar la dificultad logrando que el niño y niña se sienta realizado y feliz, colocando en alto su autoestima, todo esto desde una mejora en la didáctica implementada en cada clase. En este orden de ideas, se plantean varias herramientas, como lo es la Cuadernia, la cual es una herramienta fácil y funcional que permite crear de forma dinámica e-books o libros digitales en forma de cuadernos compuestos por contenidos multimedia y actividades educativas para aprender jugando de forma muy visual, tal como nos dice (Escalante Vargas, Espinoza Romero., García Suárez, Huayamave Navarrete, &

Figuroa Martínez, 2018) quienes la implementaron como herramienta didáctica para estudiantes con discalculia secundaria a fin de desarrollar sus habilidades, destrezas y competencias.

1.5 MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan aspectos teóricos que contribuyen en la enseñanza de las matemáticas, enfatizado a la población que padece discalculia.

1.5.1 *Aprendizaje significativo*

El aprendizaje significativo es una estructura formada donde se produce un nuevo conocimiento el cual genera en el alumno cambios cualitativos y cuantitativos, donde se analiza los conceptos que son tomadas al planificar una enseñanza de tal manera que puedan servir de anclaje para conocimientos nuevos, en el caso de ser apropiados o puedan ser modificados por un proceso de transición cognoscitiva o cambio conceptual, según Rodríguez (2004, p. 84) considera que el alumno sólo aprende cuando encuentra sentido a lo que aprende, de este modo, a la hora de enseñar de forma tradicional, dando al estudiante una definición formal de algún tema, el estudiante, en la mayoría de los casos se le dificulta la apropiación de dicha definición. La cartilla implementa estrategias de enseñanza, llevando al estudiante a plantearse en situaciones cotidianas, y de esta manera realizar un acercamiento significativo a al concepto formal, dando así un mejor proceso de enseñanza, en especial a estudiantes que presentan discalculia.

El aprendizaje significativo ofrecen el diseño de construcción de estrategias y técnicas validadas para facilitar fundamentos de aprendizaje mediante estrategias inteligentes las cuales se caracterizan por tener aspectos esenciales como: el conductismo, cognitivismo y constructivismo donde se compararan aspectos críticos sobre el avance del aprendizaje; bajo el conductismo se establece que el

aprendizaje contiene cambios en la conducta observable, bien sea en un respectos de forma o de frecuencia de conductas, lo cual demuestra o se exhibe una respuesta apropiada de la presentación bajo un estímulo ambiental específico; bajo el cognitivismo se enfatizan en la adquisición del conocimiento y las estructuras mentales internas para así llegar al desarrollo del aprendizaje mediante el pensamiento, la solución de problemas, el lenguaje, la formación de conceptos y el procesamiento de la información; bajo el constructivismo son primordialmente pioneros de una teoría donde se utiliza la mente que equiparar al aprendizaje con la creación de significados a partir de experiencias externas a través de las cuales el individuo genera un aprendizaje individual de acuerdo a lo que va viviendo en su entorno o diario vivir.

Según David Paul Ausubel fue un psicólogo y pedagógico estadounidense, a través de su teoría asimilación del aprendizaje asentó los principios que hablan sobre el aprendizaje significativo y de la manera en la cual el ser humano no se considera un receptor pasivo de experiencias y aprendizajes, sino que se considera constructores activos de su realidad y experiencias; esto genera “la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y estos, a su vez, modifican y reestructuran aquellos” (wikipedia, 2020) ayudado a crear un nuevo clima social e intelectual, en el que el modelo constructivista del aprendizaje adquiere una posición aventajada. Hoy en día el desarrollo curricular de la ciencia y la enseñanza centra las tareas en la comprensión de los conceptos en lugar de en su memorización, tomando paradigmas como:

- Dentro de sus teorías se toman como punto de partida lo que ya el estudiante sabe, es decir la posibilidad que tiene o cuenta a la hora de realizar un razonamiento y los conocimientos y experiencias que ha venido adquiriendo a través de su formación académica.

- La consecución de un aprendizaje significativo donde se establece la construcción de su propio conocimiento, relacionando los nuevos conceptos, procedimientos y actitudes que ha venido desarrollando y lo cual ya posee.

Es también una teoría de aprendizaje porque ésa es su finalidad, pues aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumno, de modo que adquiera significado para el mismo; donde se encuentra un proceso en el cual se toma como eje esencial la enseñanza, dando cuenta de todo aquello que un docente debe contemplar en su tarea de enseñar si lo que pretende es el significado de lo que su alumno aprende.

Ahora bien de acuerdo a los conceptos se establece que el aprendizaje está ligado a la práctica, es decir a la ejecución activa y repetitiva de una acción, generando una experiencia dinámica y no estática, de acuerdo a ello Kimble define el aprendizaje como “un cambio más o menos permanente de conducta que se produce como resultado de la práctica.” (Rey Abella, 2008) Las personas, docentes o alumnos, que participan de una interacción, se encuentran íntimamente involucrados en una trama compleja de vínculos y relaciones entre los docentes y los estudiantes a adaptarse activamente a la escuela y a la vida, e intervenir efectivamente en los procesos de enseñanza aprendizaje, deberían comprender la naturaleza del alumno y los efectos de los factores psicológicos, biológicos y sociales que se verifican durante el desarrollo.

1.5.2 La Didáctica

La didáctica es perteneciente a la disciplina de la pedagogía, abarcando los principios de la enseñanza, aplicable a todas las áreas en relación a procesos educativos, cuyo objetivo es optimizar los métodos que se involucran en la intervención del proceso de enseñanza y aprendizaje. Muchos

de los modelos pedagógicos se deben enfocar en el proceso de transposición didáctica donde se encuentra el docente y el conocimiento, una interactividad entre el estudiante y el docente, así mismo la ayuda de implementaciones dinámicas y llamativas donde se encuentra el estudiante y el conocimiento; así como el (MEN, 2020) señala que es necesario el aprovechamiento de los recursos didácticos, entendidos no sólo como el conjunto de materiales apropiados para la enseñanza, sino como todo tipo de soportes materiales o virtuales sobre los cuales se estructuran las situaciones problema más apropiadas para el desarrollo de la actividad matemática de los estudiantes, donde cada conjunto de recursos, puestos en escena a través de una situación de aprendizaje significativo y comprensivo, permitiendo recrear ciertos elementos estructurales de los conceptos y de los procedimientos que se proponen para que los estudiantes los aprendan y ejerciten y, así, esa situación ayuda a profundizar y consolidar los distintos procesos generales y los distintos tipos de pensamiento matemático.

Bosh y Chevallard (1999) consideran que el saber matemático es una forma particular de conocimiento y es el fruto de la acción humana en contextos institucionales. Tal fruto es un conjunto de objetos abstractos (o abstracciones) entre los cuales se establecen relaciones y se determinan sus propiedades. El análisis del conocimiento matemático como un conjunto de prácticas sociales institucionalizadas requiere de una forma de análisis que permita la descripción y el estudio de las condiciones de su realización. Dicho análisis, es lo que desde la TAD se ha denominado organización matemática (OM) o praxeología, o en palabras de Espinoza y Azcárate (2000) una OM permite modelizar el conocimiento matemático como actividad humana.

Fernández Sarramona menciona que “Didáctica es la rama de la Pedagogía que se ocupa de orientar la acción educadora sistemática, los recursos que ha de aplicar el educador o educadora para estimular positivamente el aprendizaje y la formación integral y armónica de los estudiantes”.

1.5.3 *Dificultades en el aprendizaje*

La definición de dificultad de aprendizaje abarca muchos aspectos y queda sin límites a la hora de mencionarlo, ya que se puede relacionar desde la educación general a la educación específica, en la que se señala desde problemas cognitivos, cerebrales, de conducta a trastornos neuropsicológicos. Entre las definiciones que mayor difusión han tenido son algunas como Diygory (1978): “el campo corrientemente denominado dificultades de aprendizaje, incluye nociones de daño cerebral, hiperactividad, formas leves de retraso, desajuste socio-emocional, dificultades de lenguaje, sutiles formas de sordera, torpeza motora y, sobre todo, dificultades en la lectura” o para Valett (1980): incluye en los problemas de aprendizaje los relacionados con las deficiencias en seis categorías o áreas principales del desarrollo: desarrollo motor grueso, integración sensomotriz, habilidades perceptivo-motrices, desarrollo del lenguaje, habilidades conceptuales y habilidades sociales. (Vallejo, 2010)

Entre la clasificación de dificultades de aprendizaje específicas se encuentra dificultades por alteraciones a la memoria, dificultad de aprendizaje de la lectura, dificultades de aprendizaje de la escritura y dificultades de aprendizaje del cálculo o de matemáticas.

1.5.4 *Discalculia*

Según el DSM V, el Trastorno de Aprendizaje con dificultades matemáticas, incluye la alteración de procesos de razonamiento de la información numérica, aprendizaje de operaciones aritméticas al igual que cálculo correcto y fluido. (De la Peña Álvares & Bernabeu Brotons, 2008)

En los niños, estos problemas se manifiestan en dificultades de aprendizaje de conceptos numéricos, en el aprendizaje o comprensión de conceptos numéricos y aritmética básica. Durante los años de preescolar, la principal indicadora de posibles futuras dificultades a largo plazo con las matemáticas es el retraso en el aprendizaje de magnitudes asociadas con palabras numéricas y con numerales árabes (p. ej.: aprender sus valores cardinales), y, en los años de escuela elemental, problemas de comprensión de las relaciones entre números (p. ej.: $17 = 10+7$) y dificultades para recordar operaciones de aritmética básica a largo plazo. (David, 2017)

Esto genera un impacto socioemocional en el estudiante, ya que no es algo curable donde el entorno académico hace que se genere un tipo de ansiedad al no poder realizar cálculos matemáticos de la misma manera que los otros compañeros de clase, aún más, cuando desde el punto de vista del docente se conoce pocas herramientas para tratar esta situación específica, o en algunos casos ni se conoce de la existencia del mismo. De ahí la importancia de diagnosticar a temprana edad y dar continuidad al proceso de inclusión y creación de material que facilite el proceso de enseñanza.

Como tal no existe una prueba específica que determine si un joven puede presentar discalculia, pero los padres del joven pueden acercarse a un médico el cual pueda descartar discapacidades

auditivas y visuales, que puedan afectar el proceso de aprendizajes. También puede consultar con el maestro de joven para ver su proceso dentro del aula y finalmente consultar con un especialista.

Actualmente existen diferentes tipos de pruebas con el fin de evaluar las aptitudes básicas de las matemáticas y así identificar posibles casos de discalculia, tales como:

- NeurekaTest
- Test CAB-DC
- Test Berde
- Test Tredi-Math

Para las características de la población en estudio se aplica el test denominado Batería para la Evaluación Rápida de la Discalculia Evolutiva (B.E.R.D.E.) desarrollada en el 2014 por Javier García-Orza, Alba Contreras-Cuevas, Antonio Matas-Terrón y Alejandro Estudillo-Hidalgo, la cual es un instrumento para identificar a estudiantes que presentan dificultades en el proceso de aprendizaje de la matemática, basada en el modelo de triple código donde se mide la comprensión y representación del número desde el código visual arábigo, el código verbal y el código correspondiente a la representación analógica de la magnitud.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1 MARCO CONCEPTUAL

“La Psicología Evolutiva ha logrado establecer que los niños piensan en forma diferente a los adultos y que la evolución del pensamiento infantil al pensamiento adulto se logra a través de varios períodos sucesivos ordenados”, (García Ramírez & Romero González, 2014) se identifica la complejidad de sus características, se analiza su forma de pensar y el entorno en el que lo rodea, así mismo la estructura del pensamiento infantil la actividad mental, no sólo se refleja, sino también se forma en el curso de la solución de los múltiples problemas a los que a lo largo de su nivel educativo en el que se encuentre generando en el estudiante día a día capacidades tales como: cálculo, razonamiento y simbolización.

2.1.1 *Fracción y razón*

El origen de las fracciones, o quebrados, es muy remoto. Ya eran conocidas por los babilonios, egipcios y griegos. Los egipcios resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes. Mas adelante en el siglo VI después de Cristo fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones en el siglo IV después de Cristo. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes, y después lo hizo Bramagupta, en el siglo VII. Las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones fueron obra de

Mahavira en el siglo IX y Bháskara en el siglo XII, pero fue más adelante en el siglo XII donde Juan de Luna en el libro de aritmética de "Al-Juarizmi". empleó la palabra "FRACTIO" para traducir la palabra árabe "al-Kasr", que significa QUEBRAR, ROMPER. (Sanguino, s.f.)

En el ámbito escolar desde primaria se introduce la noción de fracción la cual se representa como parte de un todo, y se empieza a emplear desde ejemplos ilustrados como lo es partir una pizza en partes iguales. En secundaria se reconoce el conjunto de los números reales, donde se encuentra el conjunto de los números racionales, definidos como todo número que se puede escribir en forma de fracción. En general la fracción se define como un número de la forma a/b donde a y b son números enteros y $b \neq 0$ y a/b se entiende como el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales (b) y luego tomar una cantidad (a) de esas partes. Donde a se conoce como numerador y b como denominador de la fracción.

2.1.2 regla de tres

La Regla de Tres o Regla de Oro se encuentra en las primeras aritméticas conocidas. Se relaciona con problemas para cuya solución se establecen reglas fijas que dependen de una igualdad de razones. Según Gheverghese (1996, p. 290), se aplicó por primera vez en China. Sus rastros más antiguos se remontan al Chiu Chang Suan Shu, del siglo I de nuestra era. Un ejemplo de los problemas recogidos en este texto es el siguiente: “Dos picus y medio (una medida de peso transportada por un hombre sobre sus espaldas, aproximadamente 65 kg) de arroz se compran por de un tael de plata. ¿Cuántos (piculs de arroz) se pueden comprar con 9 taiels?” (p. 221). El mismo

autor señala (p. 352) que el primer tratamiento sistemático de la regla de tres se encuentra en el manuscrito de Bakhshali, compuesto en los primeros siglos de nuestra era. Más tarde, en los inicios de la matemática árabe, aparece la regla de tres, de modo específico en la obra de Al-Biruni (s. X) denominada *Fi Rasikat al-hind*, título que significa *Sobre las reglas de tres de la India*. En esta obra encontramos la preocupación característica de los matemáticos de los países islámicos por fundamentar las reglas utilizadas en las matemáticas aplicadas sobre las teorías matemáticas griegas (Youschkevitch, 1976). Desde entonces los problemas de regla de tres, no han dejado de estar presentes en los libros de aritmética, con un fundamento matemático que se relaciona con los conceptos de la teoría de las razones y proporciones de Euclides. Así, por ejemplo, aparece en el libro de Pérez de Moya (1562): “Dícese regla de tres porque en ella ocurren 3 números continuos o discontinuos proporcionales, y toda práctica no es otra cosa sino hallar otro cuarto número ignoto que se haya en tal proporción con el tercero como el segundo con el primero. Lo cual muestra Euclides en la decimosexta del sexto, a do dice: dadas 3 cantidades continuas proporcionales, para hallar la cuarta multiplicarás la segunda por la tercera y partirás por la primera.” (p. 220)

2.1.3 . Proporcionalidad

Dos magnitudes son proporcionales si se puede establecer un isomorfismo entre sus cantidades $f: M \rightarrow N$ tal que: I. Si $a < b$ implica $f(a) < f(b)$, la relación de orden es monótona, II. y $f(a+b) = f(a) + f(b)$, es decir se conserva el orden y la suma. III. Si la magnitud es continua la proporcionalidad f queda unívocamente determinada dando la cantidad homóloga $f(a)$ de una cantidad cualquiera y en particular las cantidades correspondientes $f(a)$ de una cantidad cualquiera y en particular las cantidades correspondientes a una unidad. En efecto si $a = r \cdot e$ entonces $f(a) = f(r \cdot e) = rf(e)$, Así,

las medidas de cantidades correspondientes, a , $f(a)$ con unidades correspondientes, e , $f(e)$ son iguales $a = r \cdot e$; $f(a) = r f(e)$. Es decir, la proporcionalidad es una relación o razón entre magnitudes medibles. Es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitiva y de uso muy común. La proporcionalidad directa es un caso particular de las variaciones lineales. El factor constante de proporcionalidad puede utilizarse para expresar las relaciones de igualdad entre las magnitudes. El símbolo matemático ' \propto ' se utiliza para indicar que dos valores son proporcionales. Por ejemplo, $A \propto B$. Proporcionalidad directa: Dadas dos variables x e y , y es (directamente) proporcional a x (x e y varían directamente, o x e y están en variación directa) si hay una constante k distinta de cero tal que: $y = k \cdot x$. La relación a menudo se denota $x \propto y$ y la razón constante $k = \frac{y}{x}$. Es llamada constante de proporcionalidad. Formalmente sean M y N dos magnitudes proporcionales continuas, sea f la correspondencia entre sendas cantidades e y u dos unidades respectivamente de M y N .

2.2 MARCO LEGAL

Teniendo en cuenta que la educación es la base más importante en la vida del ser humano; es necesario generar leyes que constituyen, determinan el alcance y la naturaleza que se desea plantear con un determinado fin; teniendo en cuenta en cuenta la importancia que esta investigación requiere se establece las siguientes:

2.2.1 *Constitución política de Colombia de 1991*

La constitución política de Colombia como su nombre lo dice es la primera de las bases por las cuales se establecen varias normas para reglamentar el país, en el artículo 47 de la misma establece: “El Estado adelantará una política de previsión, rehabilitación e integración social para los disminuidos físicos, sensoriales y psíquicos, a quienes se prestará la atención especializada que requieran.” (Corte institucional), en ella se establece la condición especial que puede presentar alguna persona y la necesidad que se generen nuevas alternativas de apoyo para el beneficio y crecimiento del ser humano.

2.2.2 . *Ley General de Educación, Ley 115 de febrero 8 de 1994.*

Se hace necesario realizar una recopilación de leyes que se han venido implementando en los últimos años, los cuales han generado objetivos para obtener una educación más amplia y con pilates para el desarrollo de los niños, niñas, jóvenes y adolescentes; así mismo establece “Las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se

fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público” (Ministerio de Educación)

2.2.3 Decreto 2230 de agosto de 8 de 2003.

Este decreto permite que todas las instituciones utilicen su presupuesto para generar planes de mejora continua educativa, “Distribuir los recursos del Sistema General de Participaciones para educación, conforme a los criterios establecidos por la ley.” (Decreto 2230 de Agosto 8 de 2003) lo cual permite que las instituciones puedan buscar estrategias por medio de compra de materiales pedagógicos que apoyen al estudiante, buscando diferentes metodologías, estrategias, criterios, que certifiquen un mejor aprendizaje y estos sean supervisados por el Ministerio de educación nacional.

2.2.4 Resolución No 183 de febrero 2 de 2004.

En esta resolución se establece cada uno de los parámetros a seguir sobre en los cuales la Comisión Nacional Intersectorial de Aseguramiento de la Calidad de la Educación Superior CONACES, se establece las áreas y las horas de reglamentación que deben de cumplir las instituciones educativas y así mismo genera la cantidad de horas por cada uno asignatura materia; así mismo están obligados “Coordinar la ejecución de sus planes y programas con las entidades territoriales y prestarles asesoría, cooperación y asistencia técnica” (Ley 489 de 1998) donde les brinda habilidad para realizar distintos procesos formativos enfocados al apoyo y mejoramiento de las actividades instituciones.

2.2.5 Decreto 1421 del 29 de agosto de 2017.

Teniendo en cuenta que la educación debe de estar en constante cambio se hace necesario hacer modificaciones a leyes que ya existen que vayan encaminadas a propósitos específicos, es esta una ley que hace modificaciones a algunos artículos de la constitución política específicamente en el artículo 68 que señala “La educación de personas con limitaciones físicas o mentales, o con capacidades excepcionales, son obligaciones especiales del Estado” (Decreto 1421 de 2017) en ella establece que dentro de la educación ya sea en la básica primaria, como en la secundaria se hace necesario implementar estrategias de apoyo, refuerzo para aquellos estudiantes que presentan alguna limitación.

2.3 MARCO CONTEXTUAL

El proyecto se desarrolla en la institución educativa municipal técnica Teodoro Aya Villaveces de Fusagasugá, la cual es una institución pública de servicio educativo formal de los niveles de preescolar, básica y media con carácter técnico en Gestión empresarial, sirviendo a la comunidad hace 57 años, actualmente implementando una jornada única. Esta administrada por la secretaria de Educación de Fusagasugá y cuenta con cinco sedes rurales de primaria, una sede urbana de primaria y la sede principal de secundaria la cual se encuentra ubicada en la dirección carrera 7 con calle16.

El objetivo institucional es satisfacer las necesidades y expectativas de los estudiantes y padres de familia o acudientes en la formación humana y técnica en gestión empresarial, de acuerdo con la misión de la Unidad Educativa Municipal Técnica “Teodoro Aya Villaveces”, así como garantizar la conformidad del sistema de gestión de calidad con los requisitos legales y normativos,

mejorando continuamente los estándares de competencia del talento humano, siguiendo un modelo pedagógico que busca interrelacionar los agentes básicos de la comunidad educativa con el conocimiento científico para conservarlo, innovarlo, producirlo o recrearlo dentro de un contexto social, histórico, geográfico y culturalmente determinado como propio del municipio, encaminándose a la misión instituciones que es la formación integral de los estudiantes bajo la modalidad de gestión empresarial, para que con base en la vivencia de valores, se desarrolle su capacidad investigativa, trascienda en su proyecto de vida, vincule el sector educativo con el productivo y asuma su responsabilidad de ciudadano a través de proyectos empresariales auto gestados.

2.3.1 Caracterización de la población

Los estudiantes de la institución educativa municipal técnica Teodoro Aya Villaveces se distinguen por ser personas respetuosas, coherentes, responsables, inquietas intelectualmente, autónomas, protagonistas, comprometidas con su quehacer y con gran capacidad crítica. Así mismo, vivencia los valores de la institución a través del sentido de pertenencia dentro y fuera de la Institución. Enfrenta la realidad, proyectándose como ser integral, con capacidad de liderazgo y capacidad laboral y de servicio, lo que le permite generar cambios dentro de su contexto, por este motivo y teniendo en cuenta la temática del proyecto de investigación, éste se dirige a los estudiantes de grado séptimo de la sede principal de la institución educativa municipal técnica Teodoro Aya Villaveces, donde la mayoría de los estudiantes están en un rango de edad de once a trece años, viven en barrios cercanos al colegio y son provenientes de hogares humildes. Luego de aplicar y analizar la prueba BERDE (batería para la evaluación rápida de la discalculia evolutiva), y de convalidar la información con los docentes que imparten matemáticas, junto con la

orientadora, se seleccionan estudiantes que muestran indicios de presentar posiblemente discalculia, de tal forma que a estos estudiantes finalmente son los que se le imparte e instruye la cartilla generada.

2.3.2 *Reseña histórica*

El 5 de marzo de 1965, con el fin de dar cumplimiento a la ordenanza departamental No 37 de 1961 cuya gestora fue la Diputada Doña Aura Benavides de Guzmán, el Colegio Departamental Femenino abre sus puertas para ofrecer un nuevo horizonte a las jóvenes fusagasugueñas y del Sumapaz. Inicia clases el 15 del mismo mes, con 91 alumnas de 5° de primaria, 1° y 2° de Bachillerato, bajo la dirección de la Señorita Rosa María Herrera, en una casa situada en la Carrera 7° con Calle 3°. Colaboraron para hacer posible su apertura el entonces alcalde, don Teodoro Aya Villaveces; el Personero, Don Antonio Jiménez y el Señor Gabriel Ordóñez.

En 1966 el Colegio fue trasladado a la casa de la Carrera 6° No 5-41, con la dirección de la Señorita Luz Marina Sánchez Pacheco. En 1969, año de cambios y progresos, se construyen las instalaciones para abrir hasta el 5° de Bachillerato y se realiza la primera semana cultural con la participación de varias instituciones de Fusagasugá, Silvania y Pasca.

En 1970 toma la dirección del Colegio la Señora Gloria Gaitán de Pérez (QEPD), quien desde el comienzo y con la colaboración del Señor alcalde Lucio García Escamilla, impulsó la obra de construcción del edificio. Logra la inauguración en agosto del mismo año, acto presidido por el Doctor Julio Cesar Turbay Ayala, entonces designado a la Presidencia de la República y por el Gobernador Doctor Joaquín Piñeres. En ese mismo año se gradúa la primera promoción de Bachilleres.

En 1975 ocupa el cargo de Rectora la Señorita Julia Alvarado Rojas, cuando Doña Gloria Gaitán de Pérez fue llamada a ejercer la supervisión de Educación del Departamento de Cundinamarca. En 1976 la Jornada Tarde abre el 5° de Bachillerato y en 1977 el 6°. Además, el 15 de marzo de ese mismo año se entrega la letra del primer himno del colegio, cuyo autor fue el Profesor Rafael Rojas.

En enero de 1983 fallece uno de los gestores y principal benefactor del Colegio, Don Teodoro Aya Villaveces, en cuyo honor el gobierno de Cundinamarca asigna su nombre al plantel, mediante el Decreto No 04137 de abril 30. El día del colegio en consecuencia se traslada al 23 de octubre, día del natalicio de su epónimo. En ese mismo año surge la Asociación de exalumnas, que realiza su primer encuentro con gran asistencia y acuerda señalar como día de las exalumnas el 24 de septiembre. Se elige la Junta Directiva, quedando como presidente la Señora Miriam Pulido de Rodríguez, de la 1° Promoción.

La Institución Educativa Municipal Técnica de Acción Comunal fue creada por resolución N.º 2721 de diciembre de 1988 en atención al desarrollo de la política Educativa Nacional, para ofrecer Educación Básica secundaria a todos los sectores de la población y como intérpretes del crecimiento histórico escolar en el departamento, además de las aspiraciones de las Juntas de Acción Comunal de Fusagasugá. Inicia labores como anexo al Colegio Femenino Teodoro Aya Villaveces el 1 de marzo de 1989, la hoy Institución Educativa Municipal Técnica de Acción Comunal bajo la dirección la Licenciada Olga Gaitán y en la Coordinación general la Licenciada Rosalba Bernal Muñoz. Se abrieron los cursos de sexto a octavo funcionando en la concentración Tulipana, jornada tarde. El 16 de julio de 1990 se efectúa el traslado para su funcionamiento en el barrio San Antonio en la carrera 1 N.º 8-08 Norte donde funciona actualmente. En el año 1994

inicia 12 labores la jornada de la tarde. En el año 2000 es nombrado en propiedad el rector señor Carlos Adolfo Betancourt H.

En marzo de 1997 se posesiona en la Rectoría el Licenciado Enrique Antonio Zamora (QEPD). Le sucede en el cargo la exalumna Luz Marina León Pachón, nombramiento ratificado el 14 de diciembre de 2000, mediante Decreto No 3395, expedido una vez presentado y aprobado el concurso abierto para este cargo. En ese mismo año se inicia el diseño del proyecto de educación media técnica en la modalidad de Gestión Empresarial. En el año 2000 se pone en plena marcha este proyecto, mediante la aprobación de la Secretaría de Educación como Colegio Técnico en Gestión Empresarial, graduando su primera promoción de Bachilleres Técnicos en ese mismo año. A partir del año 2001 se inicia la era de la modalidad técnica con una serie de logros que han posicionado a la Institución a nivel Regional, Departamental y Nacional. En ese año se fortalecen las ferias empresariales institucionales e interinstitucionales.

En el año 2003 merece la institución 2 publicaciones en el periódico “Al Tablero” del Ministerio de Educación Nacional. En ese mismo año representa a Cundinamarca como experiencia significativa en competencias laborales, en un seminario a nivel nacional programado por el Ministerio de Educación Nacional. Así mismo, se suscribe el convenio con el SENA logrando la certificación laboral de las Bachilleres Egresadas como Gestoras de Empresas, con la acreditación de 728 horas de formación SENA.

A partir del año 2012 asume como Rector de la Institución el Licenciado Gustavo Laverde Niño, quien direcciona los procesos hasta el año 2013, en el año 2014 asume en calidad de encargado la Rectoría el Licenciado Gerardo Sabogal, y es en este año en el que la Empresa SGS certifica la Institución en procesos de calidad bajo la norma ISO-9001, proceso que se había

iniciado en el año 2010 bajo la rectoría de la Licenciada Luz Marina León y el grupo directivo conformado por los Coordinadores John Gabriel Ángel, Henry López, Jon Bejarano y Martha Lucia Jara Flórez, y la Orientadora Cristina Bernal.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

En esta sección se presenta la metodología de investigación, el contexto metodológico, la perspectiva metodológica, las estrategias de recolección de datos, las categorías de análisis, la revisión bibliográfica para la elaboración y diseño de la cartilla didáctica para el aprendizaje de razones y proporciones dirigida a población con discalculia.

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación es mixta, la cual combina técnicas, métodos, aproximaciones, conceptos, lenguaje cualitativo y cuantitativo, ya que refleja mejores oportunidades para responder del mejor modo las preguntas, dentro del contexto de la investigación, planteando la búsqueda comprensiva de elementos que interactúen con la población seleccionada con base a elementos propios de la enseñanza de razones y proporciones.

Se ha verificado que a través de los estudios mixtos se logra: una perspectiva más amplia y profunda del fenómeno: la investigación se sustenta en las fortalezas de cada método (cuantitativo y cualitativo) y no en sus debilidades; formular el planteamiento del problema con mayor claridad, así como las maneras más apropiadas para estudiar y teorizar los problemas de investigación, ya que se consideran diversas fuentes y tipos de datos, contextos o ambientes y análisis; potenciar la creatividad teórica por medio de suficientes procedimientos críticos de valoración; efectuar indagaciones más dinámicas, apoyar con mayor solidez las inferencias científicas; permitir una mejor exploración de los datos; oportunidad para desarrollar nuevas destrezas o competencias en materia de investigación, o bien reforzarlas. (Greene 2007),

3.2 METODO DE INVESTIGACION

Basándonos en la metodología descriptiva, se busca analizar las características de la población en estudio; la cual son estudiantes del colegio Teodoro Aya Villaveces de grado séptimo con dificultad de aprendizaje en la matemática, con la cual se desea apoyar el proceso de enseñanza de razones y proporciones, por medio de la construcción de una cartilla que reúne estrategias de intervención e interacción dirigidas a población DAM. Para la ejecución de la investigación, se realiza una prueba, con el fin de identificar estudiantes que presenten dificultad en el proceso de matemáticas. Luego de analizar la prueba y categorizar la población, se efectúa el diseño y elaboración de la cartilla, en la cual se investiga una serie de elementos, que contribuyan como estrategia pedagógica en el proceso la enseñanza de razones y proporciones. Finalmente se implementa la cartilla y se realiza un análisis del impacto en aquellos estudiantes.

3.3 TECNICAS DE RECOLECCION DE DATOS

Como técnica de recolección de datos se realiza una encuesta de test B.E.R.D.E (batería para la evaluación rápida de la discalculia evolutiva) que tiene como objetivo establecer estudiantes que presentan dificultad de aprendizaje en el área de las matemáticas. Para poder realizar esta prueba, se procede a hablar con las directivas de la Institución Educativa Técnica Teodoro Aya Villaveces, para conceder el permiso de realizar dicho test dentro del horario de clase de matemáticas con los estudiantes de séptimo grado. Una vez concedido el permiso, se aplica la prueba a los estudiantes, la cual es analizada y sirve como proceso para categorizar a estudiantes con aspectos específicos. Para seleccionar a los estudiantes que se les imparte e instruye en el manejo de la cartilla, es

necesario aparte de analizar la prueba, realizar entrevista con el docente que enseña matemáticas en grado séptimo, así como una entrevista con la orientadora, para convalidar la información arrojada en la prueba. Finalmente, por medio de una entrevista a los estudiantes que implementaron la cartilla, se evalúa el impacto que generó el documento en el proceso de aprendizaje de razones y proporciones, donde señalan una gran mejora en este proceso, resaltando la cartilla como una herramienta facilitadora para la comprensión de los temas teniendo una articulación con la cotidianidad y la tecnología.

3.4 ANÁLISIS DE LA PRUEBA

Lo primero que se establece es escoger una muestra de 24 estudiantes de 144 estudiantes de los grados séptimos de colegio Teodoro Aya Villaveces, basándonos el criterio del docente que imparte clase en estos cursos en la asignatura de matemáticas, en los estudiantes con sospechas de dificultad de aprendizaje en las matemáticas, a los cuales se les aplicó la batería para la evaluación rápida de la discalculia evolutiva (B.E.R.D.E), la cual se puede apreciar en el anexo I. La institución educativa cuenta con cuatro grupos para el grado séptimo, donde el 29,1% de la muestra seleccionada son estudiantes de grado 704, el 25% son de grado 701, el 25% son de grado 702 y el 20,83% son de grado 703.

Tabla 1
Cantidad de estudiantes por curso

Curso	Cantidad de estudiantes
701	6

702	6
703	5
704	7

Total	24
-------	----

Uno de los resultados de la prueba, nos muestra que el 71% de los estudiantes tienen 12 años, el 25% de los estudiantes tienen 13 años y el 4% de los estudiantes tienen 11 años de edad, lo cual indica que no se presentan casos de extra edad en los estudiantes seleccionados, como se ve claramente en la siguiente tabla.

Tabla 2

Edades de estudiantes

Edades	Cantidades
11 años	1
12 años	17

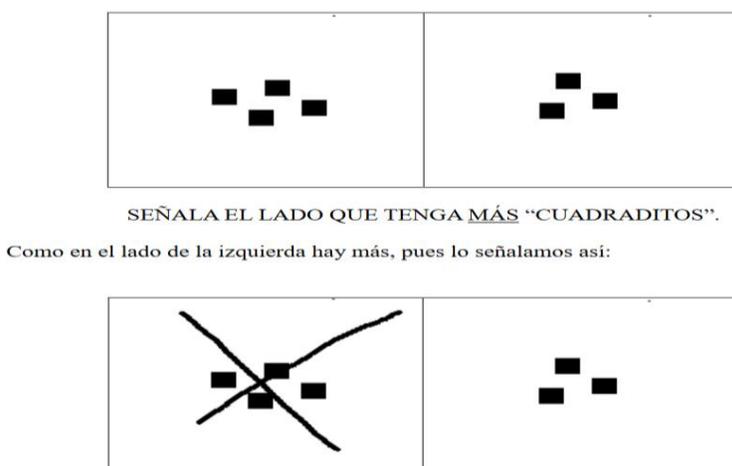
13 años	6
---------	---

Total	24
-------	----

La primera prueba de este test se basa en que el estudiante compare dos ilustraciones que contienen varios cuadros dentro de ellos, marque la ilustración que contenga más cuadros, realizando este procedimiento durante doce comparaciones de cuadros diferentes, ya que uno de los aspectos relevantes de la población que tiene discalculia, es dificultad en la cognición numérica pre simbólica incluye por lo menos dos habilidades cognitivas: el reconocimiento automático e inmediato de pequeños conjuntos de elementos y la capacidad de percibir y discriminar grandes numerosidades. La batería (García-Orza, Contreras Cuevas, Matas Terrón, & Estudillo Hidalgo, 2014) señala que, en tareas de comparación de magnitudes, la proporción (o ratio) entre los números a comparar, es el principal predictor de dificultad en la tarea: a mayor ratio (mayor diferencia entre un ítem y el otro) es esperable mayor precisión y velocidad en la respuesta.

Ilustración 1

Prueba de Cuadritos



Nota: Tomada de test BERDE

Los resultados para esta primera prueba son los siguientes:

Ilustración 2

resultados prueba cuadritos



Se analiza que el 88% de la población en estudio tiene el 100% de las preguntas acertadas que corresponden a doce preguntas acertadas, pero existe un estudiante que presenta un 33,3% de cuadros no acertados, lo cual es un posible indicador para tener en cuenta.

La segunda parte de la prueba se le pide al estudiante que ubique los números señalados dentro de la recta numérica, basándose en los números de inicio y final de donde empieza el segmento de la recta numérica.

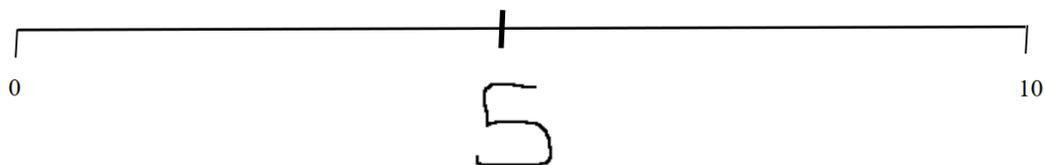
Ilustración 3

Prueba recta numérica

En la siguiente tarea te vamos a pedir que coloques distintos números en una línea como esta:



Por ejemplo, si te dijeran señala donde iría el 5 deberías hacer lo siguiente, dibujar una raya donde iría el 5 y poner el número debajo.

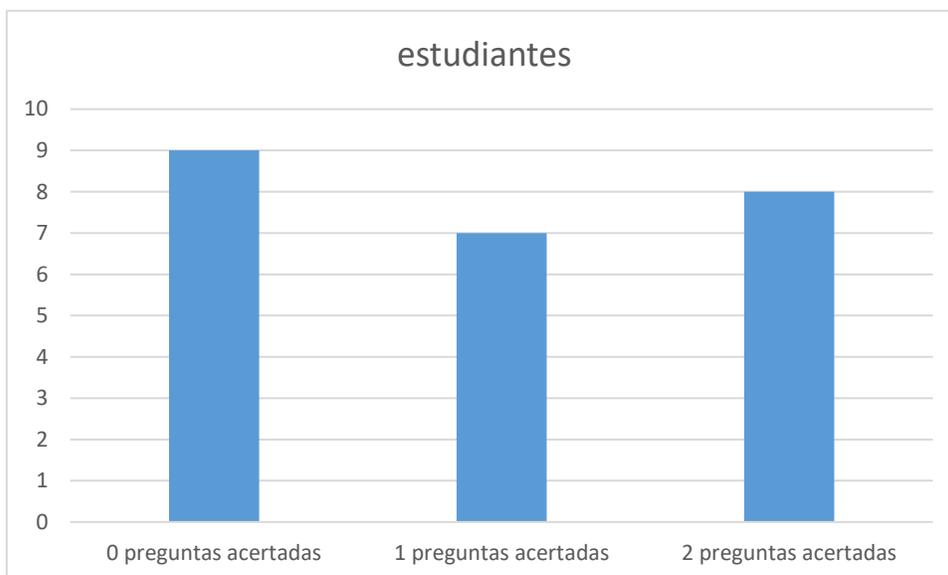


NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR

Nota: Tomada de test BERDE

La colocación de los números en la recta numérica está compuesta por dos líneas (0-10, 0-100) en donde se debe estimar la ubicación de los números que se señalen, se puede evaluar el grado de desviación de los sujetos con relación el lugar en el que realmente se situaría el número, en este caso analizamos cuantos estudiantes acertaron correctamente esta prueba evidenciando que el 37,5% de los estudiantes no marcaron correctamente ninguno de los números asignados, la tercera parte de los estudiantes ubicaron correctamente el 100% de los números asignados y un 29% marcaron acertadamente la mitad de esta etapa.

Ilustración 4
Resultados prueba recta numérica

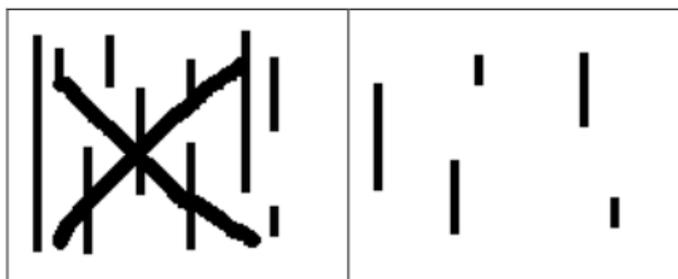


La tercera parte es la comparación entre dos ilustraciones para indicar cual contiene más palitos, de manera muy similar que la primera parte de la prueba, también para comparar 12 situaciones diferentes.

Ilustración 5
Prueba "palitos"

SEÑALA EL LADO QUE TENGA MÁS "PALITOS".

Como en el lado de la izquierda hay más, pues lo señalamos así:



El 79% de los estudiantes marcaron 12 comparaciones de forma correcta, correspondientes al 100% de las preguntas, el dato más relevante es que existe un estudiante que presenta dificultad a la hora de reconocer y diferenciar visualmente cantidades, ya que marco acertadamente el 16,7% de esta prueba de palitos.

Ilustración 6
Resultados prueba de "palitos"



La última etapa es realizar pequeñas restas con diferentes dificultades, ya que la complicación en la operatividad es uno de los síntomas más recurrentes en los niños con discalculia (Geary, 2004). En los resultados se analiza que el 75% de los estudiantes respondieron entre 51 a 56 preguntas acertadas, también se presenta un 8% de los estudiantes que respondieron menos de 45 preguntas acertadas. Los estudiantes que se encuentren en este intervalo se tendrán en cuenta para análisis del estudio.

Tabla 3
Resultados prueba de restas

Preguntas acertadas	estudiantes
51-56	18
45-50	4
39-44	1
32-38	1
Total	24

Llegados a este punto se determina que existen dos estudiantes que presentaron dificultad a la hora de contestar esta prueba, lo cual se convalida con la opinión del docente de matemáticas el cual indica que efectivamente dichos alumnos presentan constantemente bajas notas en matemáticas y también tienden a ser poco participativos.

3.5 DISEÑO Y ELABORACIÓN DE LA CARTILLA

A partir del estudio de las características y estrategias de enseñanza con población que presenta dificultad de aprendizaje en matemáticas, en conjunto con la enseñanza de razones y proporciones, se diseña y elabora la cartilla didáctica para el aprendizaje de razones y proporciones dirigida a población con discalculia, la cual es una propuesta pedagógica acompañada de herramientas digitales que complementan el proceso, así como, un acumulado de actividades didácticas que contiene aquellos procedimientos relacionados para la aprendizaje de razones y

proporciones, diseñada para que el estudiantes paulatinamente avance según su propio ritmo de aprendizaje.

3.5.1 Actividades

Durante el desarrollo de la cartilla, a medida que se va ampliando los conceptos, se proponen actividades a los estudiantes, cuyo tiempo de ejecución no sobrepasa los 15 minutos, relacionado con los ejemplos y casos cotidianos que se van ilustrando al largo del contenido de esta, para un total 7 actividades

Tabla 4
Actividades

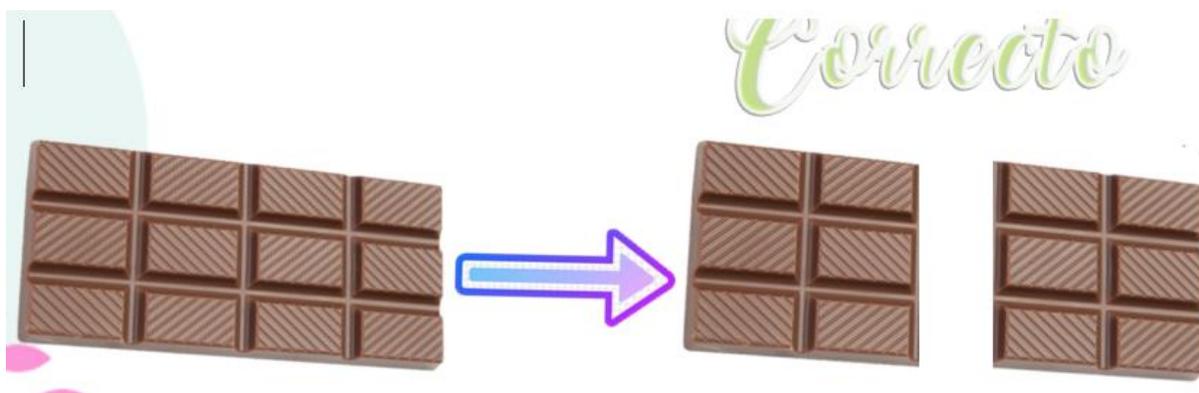
Nombre de la actividad de la cartilla	Tema de matemáticas
1. Partes iguales	Representación grafica de una fracción teniendo en cuenta que cada una de las partes deben ser congruentes
2. ¿Cómo se llaman las fracciones?	Reconocimiento del numerador y denominador de una fracción para de esta manera poder entender la nomenclatura de cada fracción
3. Formas de partir	Representación grafica de una fracción, analizando las distintas formas que se pueden

	dividir la unidad, teniendo en cuenta que cada una de las partes debe ser congruente.
4. Partes de un total	Nomenclatura de las fracciones, teniendo en cuenta cada parte dentro de un total se puede escribir en forma de fracción.
5. Escribiendo una razón	Definición y nomenclatura de una razón
6. Igualando razones	Fracciones equivalentes
7. Encontrando el valor oculto	Solución de ecuación de primer grado, empleando el concepto de fracciones equivalentes

3.5.2 Contenido de la cartilla

Dentro del diseño de la cartilla se involucra bastantes ilustraciones, implementando un aprendizaje visual el cual es un tipo de aprendizaje que se realiza a partir de los estímulos visuales; esto incluye, desde imágenes, hasta pictogramas, organizadores gráficos, mapas conceptuales, colores... El objetivo de este tipo de aprendizaje, que a la vez es un método de enseñanza, es ayudar a los alumnos a consolidar una serie de ideas a través del sentido de la vista. (Ruiz Mitjana , 2020)

Ilustración 7
Aspecto llamativo



Como preámbulo en la enseñanza de razones y proporciones, se empieza a hablar sobre fracciones, en el cual se realiza una explicación que se aleja del lenguaje técnico, acercándose a una definición un poco más intuitiva, donde por medio de partir en pedazos iguales y contar, se introduce este concepto. Posteriormente se realiza dos ejemplos de fracciones, se propone una actividad para realizar.

Ilustración 8

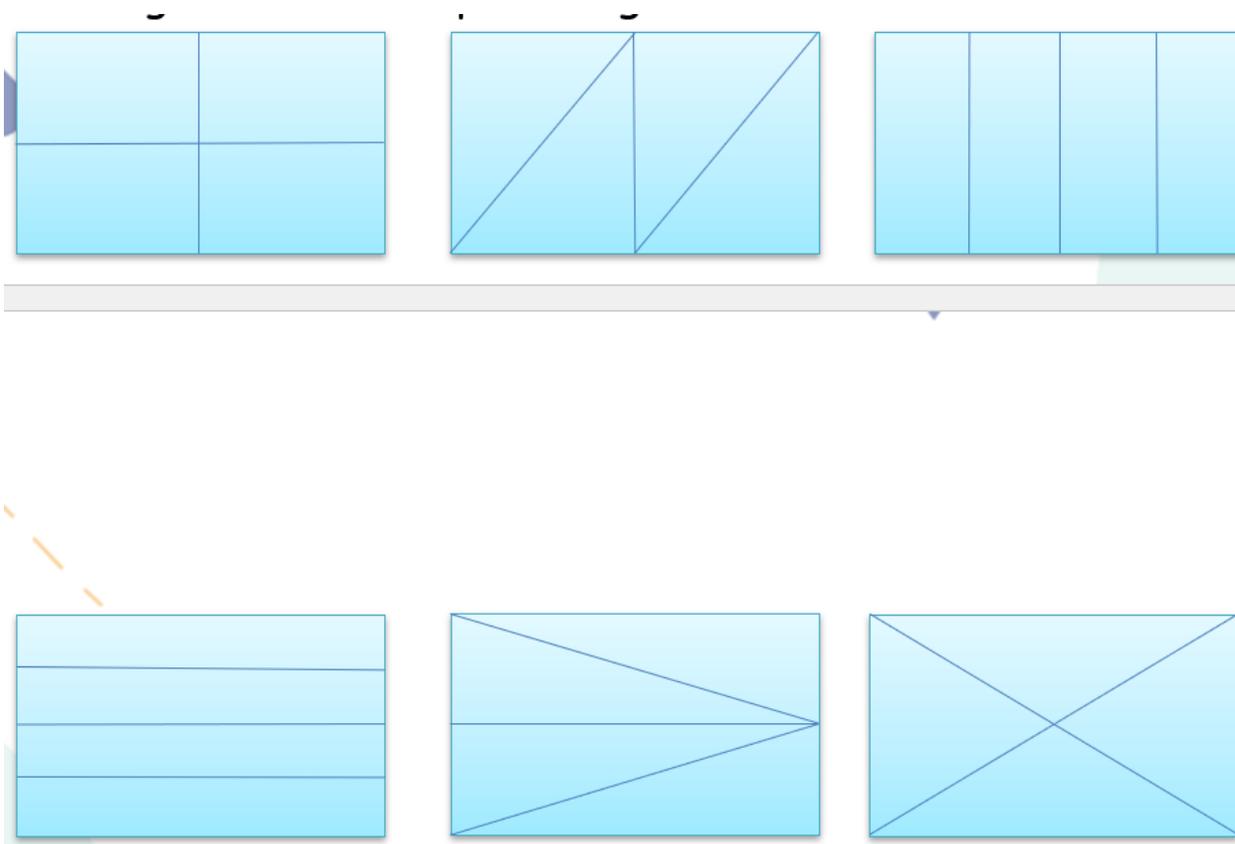
Actividad de partir en pedazos iguales



- Si quisiéramos partirla en 12 pedazos iguales ¿Cómo nos quedaría? (Dibuja la chocolatina partida en 12 pedazos iguales).

Luego de que se tenga un concepto intuitivo de lo que es una fracción, se procede a explicar las partes de la fracción, y como se llama cada fracción, empleando varios ejemplos y proponiendo una actividad para realizar. También se explica de manera grafica las distintas maneras de poder representar una fracción, donde también se plantea actividades a realizar.

Ilustración 9
Formas de repartir



Teniendo en cuenta que este material va dirigido a población que presenta dificultades en el proceso de aprendizaje y enseñanza de procesos matemáticos, se empezó realizando de manera implícita un acercamiento al concepto de fracción. En este punto el estudiante ya debe tener una idea no conceptual, y es hasta ahí donde se plantea en la cartilla la definición de fracción. Una vez definida la fracción se realiza un repaso con un ejemplo.

Se realiza una explicación de como una fracción representa un parte dentro de un total, realizando varios ejemplos y planteando actividad en la cual empleando el conteo se puede realizar. También se realiza una muestra de cómo en la vida cotidiana está involucrada las fracciones, de manera que el estudiante puede observar en su entorno la aplicación de lo explicado. Una vez

definido la fracción, se empieza a introducir el término de razón visto como la comparación entre dos cantidades en el cual se pone ejemplo de la cotidianidad la comparación entre los partidos jugados y los partidos ganados de cierto equipo de algún deporte. Luego de un par de ejemplos, se introduce la definición formal de razón, y se propone actividad, seguido de código QR para realizar más actividades referentes al tema. Seguido de las actividades se analiza el caso de razones iguales, donde se continúa con varios ejemplos.

El tener claro el concepto de razones, el saber representarlo gráficamente y el poder comprender situaciones en donde se emplean las razones, da paso a introducirnos en el concepto de proporcionalidad, el cual es la igualdad entre dos razones; así mismo, se habla de conceptos como constante de proporcionalidad, extremos y medios, seguidos de ejemplos que ayudan a su mejor comprensión y un código QR que redireccionan a un video de YouTube que nos ayuda comprender mejor lo explicado.

Ilustración 10
Proporcionalidad

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

K: constante de proporcionalidad

a, d: Se denominan extremos

b, c: Se denominan medios

A partir de la igualdad se relaciona con una balanza, el cual para que este en equilibrio debe tener el mismo peso a ambos lados, de manera análoga se debe mantener esta equivalencia en la igualdad, y es a partir de esta idea que se empieza a explicar los pasos para que el estudiante pueda

solucionar una incógnita dentro de una ecuación. Se realiza la explicación de varios casos que se puede presentar en la solución de una proporción, seguida de plantear actividades para desarrollar y dejar códigos QR que direccionan a material relacionado con el tema para que el estudiante pueda profundizar en caso de que lo vea necesario. Una vez realizada la explicación sobre la solución de ecuaciones, nos dirigimos a la explicación de las propiedades de proporcionalidad, con su respectivo ejemplo para que se pueda identificar en que situaciones se hace necesario aplicar cada propiedad, para así dejar a los estudiantes ejercicios propuestos donde se aplique lo aprendido.

Ilustración 11

Propiedades de la proporcionalidad

Propiedades de las proporciones

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ y $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$
- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

Ya por último se deja una consigna de ejemplos y casos donde se aplica las razones y proporciones, como lo es en geometría, arquitectura, física, química entre otras.

3.5.3 Aplicación y tecnologías utilizada

Para que el estudiante pueda tener nuevas experiencias, la cartilla reúne contenido matemático, en especial visual e interactivo, haciendo uso de los códigos QR, los cuales direccionan a juegos en Scratch, videos en YouTube y otras actividades relacionadas al proceso de enseñanza de las razones y proporciones, permitiendo que el estudiante avance de acuerdo con su propio ritmo, con el fin de ganar su atención por medios de imágenes y pequeños videos, apoyados de actividades que fortalezcan la tención focalizada, atención dividida, memoria de trabajo y memoria de corto plazo, para avanzar con la velocidad de procesamiento.

Ilustración 12
Código QR

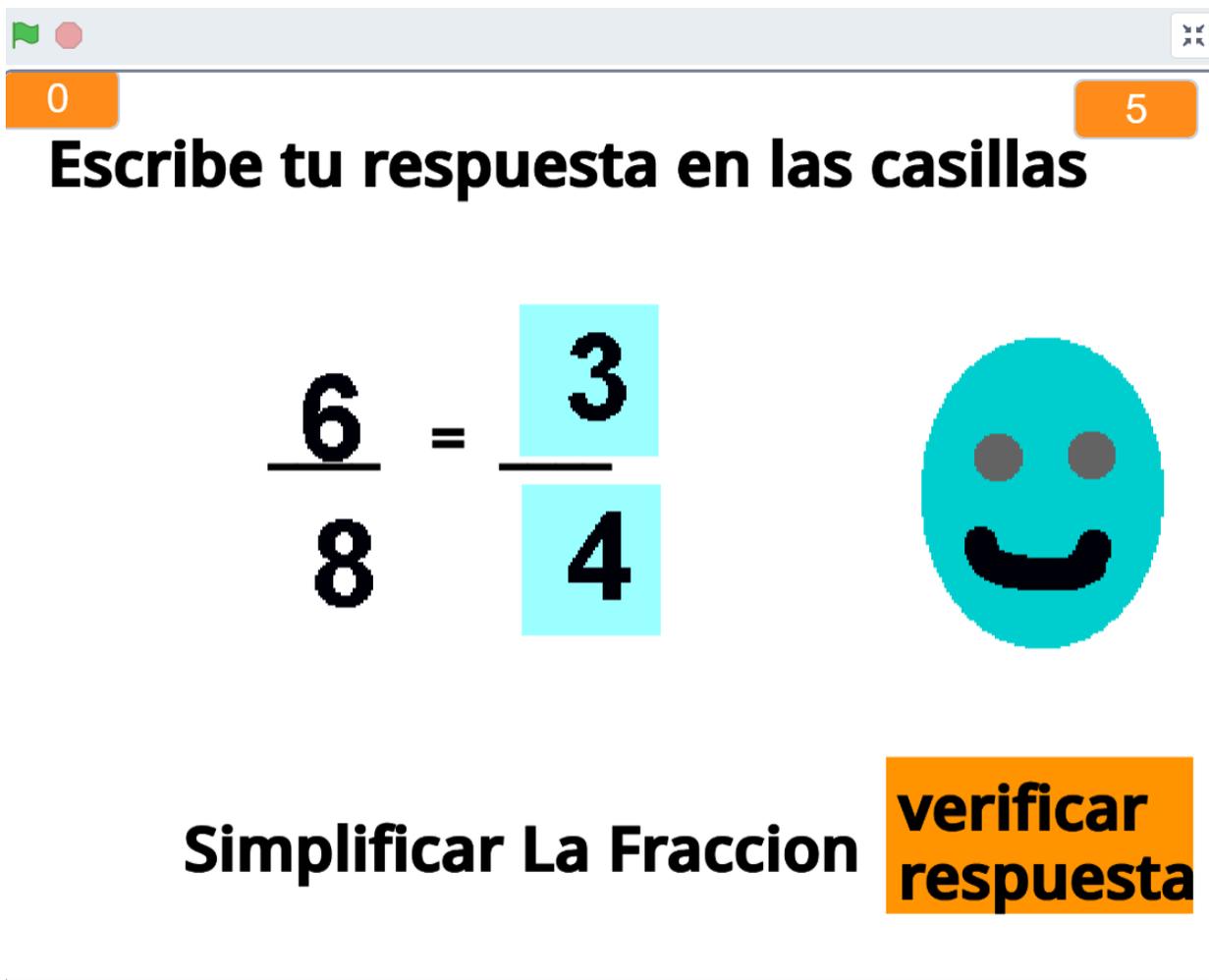


juego de memoria de fracciones



Actividades y explicación de
fracciones

Ilustración 10
Scratch "fracciones"



A Scratch window titled "fracciones" with a score of 0 on the left and 5 on the right. The main text reads "Escribe tu respuesta en las casillas". Below this is a fraction simplification problem: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. The numbers 3 and 4 in the simplified fraction are highlighted in light blue. To the right of the equation is a cyan smiley face. At the bottom left, the text "Simplificar La Fraccion" is displayed. At the bottom right, there is an orange button with the text "verificar respuesta".

0 5

Escribe tu respuesta en las casillas

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Simplificar La Fraccion

verificar respuesta

4.2 CONCLUSIONES

Se aplicó el test BERDE, a los estudiantes de grado séptimo del colegio Teodoro Aya Villaveces, el cual sirve como prueba para diagnosticar posibles casos de discalculia, el análisis de dicha prueba permite identificar estudiantes que presentan en algunos procesos de matemáticas, los cuales se convalidaron con los docentes que imparten matemáticas en estos cursos y junto con la orientadora del colegio.

La implementación de la cartilla permitió la relación entre las razones y proporciones con múltiples casos de la cotidianidad, así como en diversas áreas como lo es el arte, la geometría y la arquitectura, permitiendo una mejor apropiación del tema y mostrándole a los estudiantes la aplicación real en la vida cotidiana.

El introducir material visual, así como códigos QR que dirigen a videos de YouTube y juegos en Scratch relacionados al tema, admite que el estudiante con dificultades de aprendizaje tenga a un proceso, en el cual él puede avanzar a su propio ritmo, teniendo la posibilidad de consultar más opciones y tener un mejor aprendizaje.

4. BIBLIOGRAFÍA

Avila P., Morales C. (2001). *ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE* . Obtenido de UNAD:
http://datateca.unad.edu.co/contenidos/434206/434206/captulo_10_estrategias_para_el_aprendizaje.html

Corte institucional. (s.f.). Obtenido de
<https://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>,

David, G. (2017). *La Discalculia en Edad Temprana*. Obtenido de Enciclopedia sobre el desarrollo de la primera infancia : <https://www.encyclopedia-infantes.com/sites/default/files/textes-experts/es/2668/la-discalculia-en-edad-temprana.pdf>

De la Peña Álvarez, C., & Bernabeu Brotons, E. (2008). *Dislexia y discalculia: una revisión sistemática actual desde la neurogenética*. Obtenido de Universidad Fransisco de Victoria:
<http://ddfv.ufv.es/xmlui/handle/10641/1505>

Decreto 1421 de 2017. (s.f.). Obtenido de Ministerio de Educacion de Colombia:
<http://es.presidencia.gov.co/normativa/normativa/DECRETO%201421%20DEL%2029%20DE%20AGOSTO%20DE%202017.pdf>

Decreto 2230 de Agosto 8 de 2003. (s.f.). Obtenido de Ministerio de Educacion de Colombia :

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86029_archivo_pdf.pdf

Galvez. (1994).

García Ramírez, C. J., & Romero González, S. P. (2014). *APRENDIZAJE EN PROFUNDIDAD DE RAZONES Y PROPORCIONES BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.*

Obtenido de Repositorio UTP:
repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/4629/3701G216.pdf

Ley 489 de 1998. (s.f.). Obtenido de Departamento Administrativo de la Función Pública:

https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma_pdf.php?i=186

Martinez Pimienta, I. (19 de Febrero de 2020). Discalculia, trastorno que impide aprender matemáticas. *El universal.*

Ministerio de Educación. (s.f.). Obtenido de <https://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-printer-184681.html#:~:text=Ley%20115%20de%201994%2D%20Ley,familia%20y%20de%201a%20sociedad.>

Pinazza, M. (s.f.). *I II CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS.* Obtenido de crecer y sonreir:
crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf

Pixel. (2020 de Abril de 2020). Discalculia, el por qué tantos niños son malos en matemáticas. *El mundo.*

Soto Quiñones , M., Rodríguez Ramírez, M., & Piña Robles, C. (s.f.). *LAS SITUACIONES (DIDÁCTICAS) DE FORMACIÓN MATEMÁTICA O LAS COMPETENCIAS DEL SABER “ENSEÑADO”*. Obtenido de XIV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS Diversidad y Matemáticas: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwitkIGnuervAhWImeAKHVuKBO8QFjAAegQIBRAD&url=https%3A%2F%2Fthales.cica.es%2Fxivceam%2Factas%2Fpdf%2Fcom04.pdf&usg=AOvVaw1mAEZIW6Esg2wMOEc_EGuQ

TECNOLOGÍAS, T. Y. (s.f.).

5. ANEXOS

Anexo I: Prueba BERDE

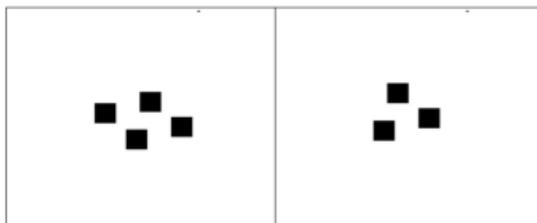
Laboratorio de
Cognición Numérica

Nombre y Apellidos: _____

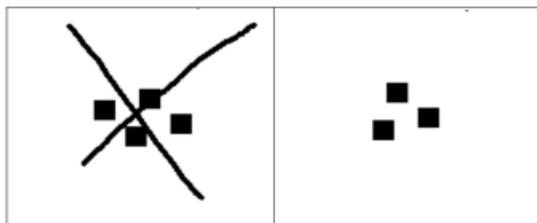
Edad: _____ Curso: _____ Fecha de Evaluación: _____

Colegio: _____

Fíjate en el ejemplo

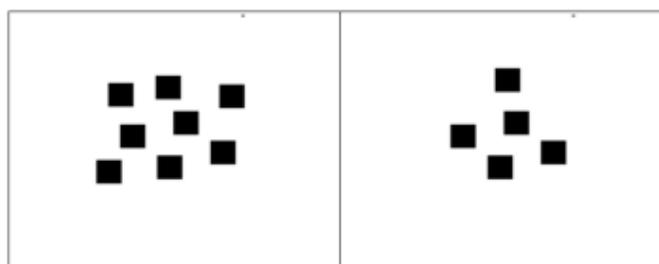
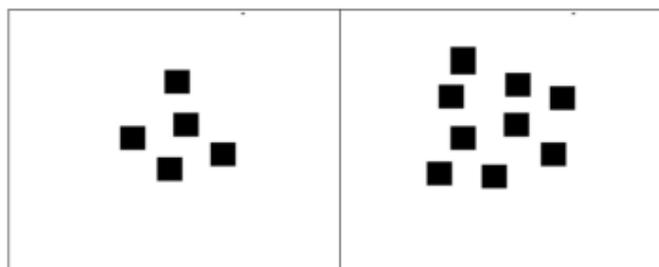
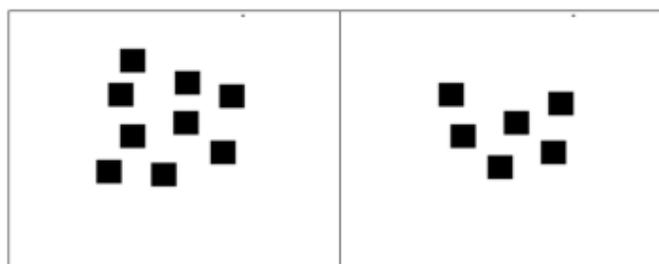
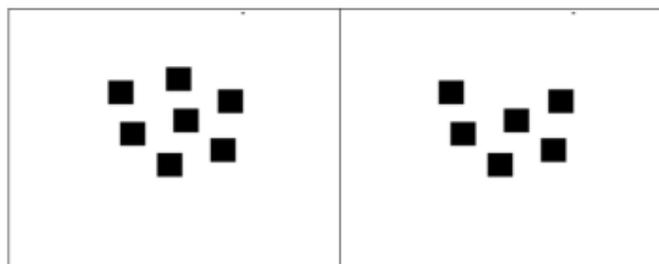
SEÑALA EL LADO QUE TENGA MÁS "CUADRADITOS".

Como en el lado de la izquierda hay más, pues lo señalamos así:

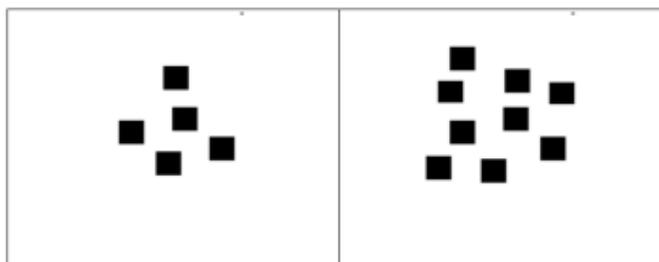
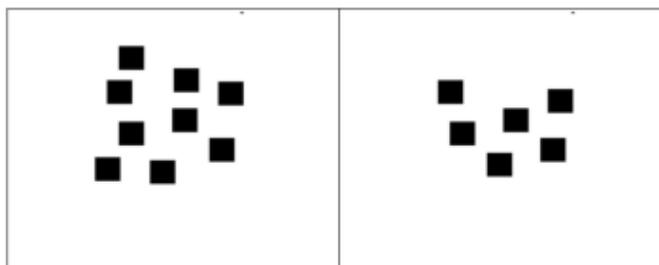
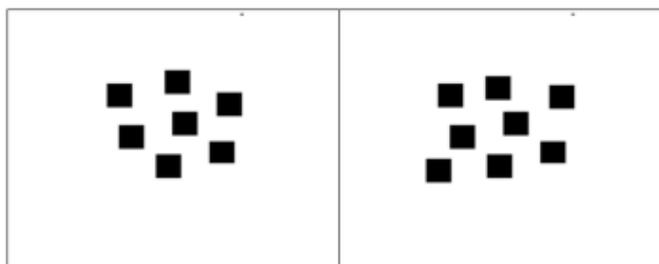
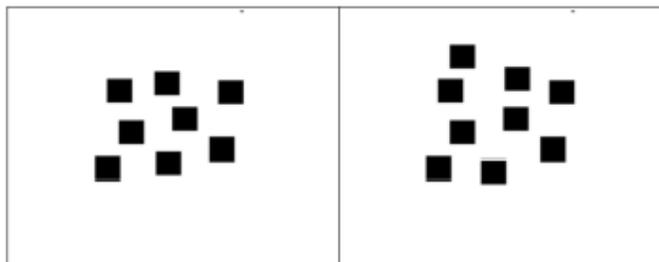


Ahora, vas a tener un tiempo para hacer varios ejercicios como este. Haz todos los que puedas en el tiempo que te vamos a dar. CUANTOS MÁS HAGAS, MEJOR, PERO NO TE SALTES NINGUNO.

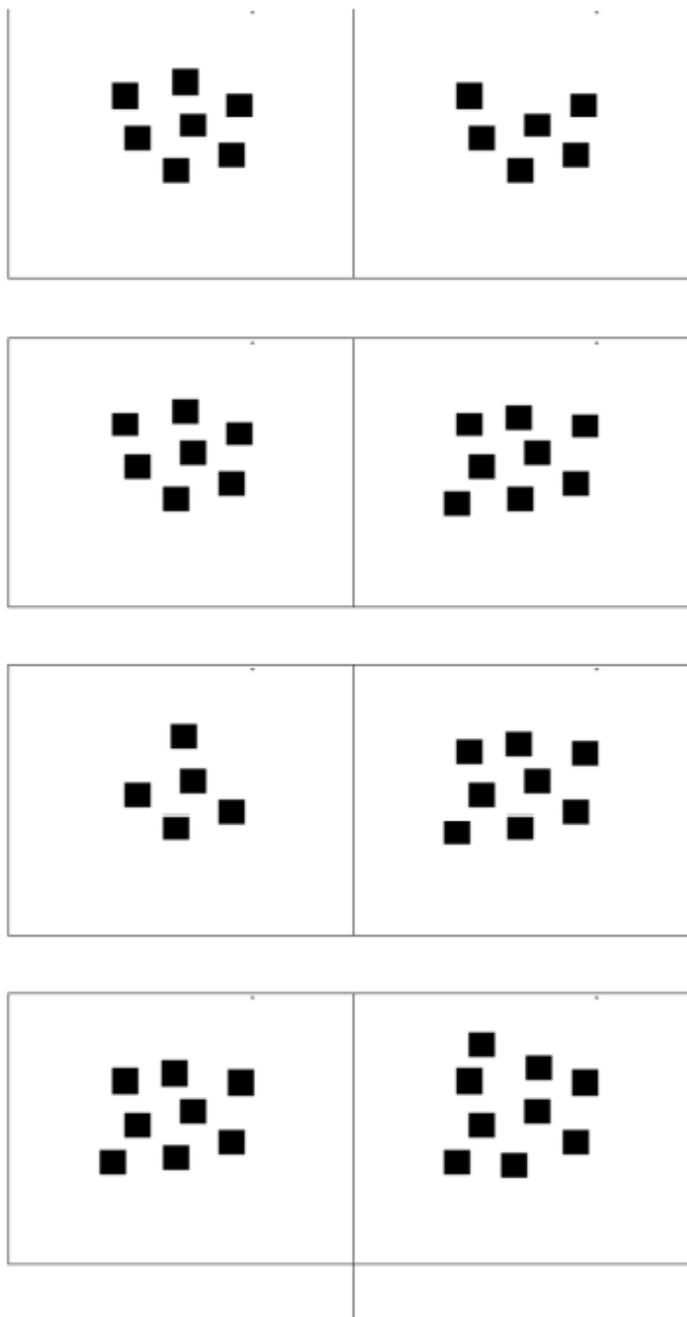
NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR



Pasa la página y sigue



Pasa la página y sigue



Pasa la página y sigue

Nombre y Apellidos: _____

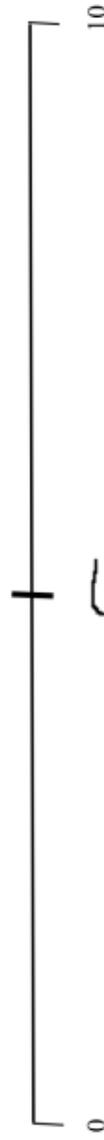
Edad: _____ Curso: _____ Fecha de Evaluación: _____

Colegio: _____

En la siguiente tarea te vamos a pedir que coloques distintos números en una línea como esta:

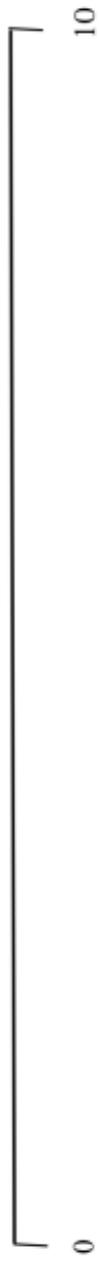


Por ejemplo, si te dijeran señala donde iría el 5 deberías hacer lo siguiente, dibujar una raya donde iría el 5 y poner el número debajo.



NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR

Ahora coloca en esta línea los números: 3, 4, 8 y 6. Ya sabes, dibuja una raya donde iría cada uno y debajo el número correspondiente. Una vez colocado el número no lo cambies de lugar.



Ahora imagina que la línea de debajo va del 0 al 100, coloca los números 25, 70, 90 y 45. Una vez colocado el número no lo cambies de lugar.



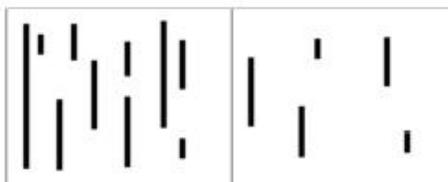


Nombre y Apellidos: _____

Edad: _____ Curso: _____ Fecha de Evaluación: _____

Colegio: _____

Fijate en el ejemplo



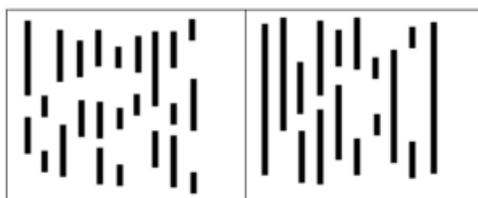
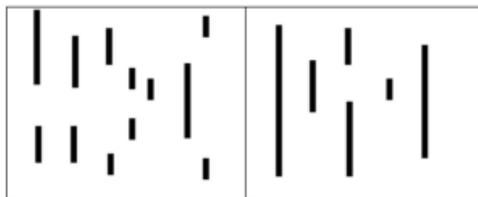
SEÑALA EL LADO QUE TENGA MÁS "PALITOS".

Como en el lado de la izquierda hay más, pues lo señalamos así:

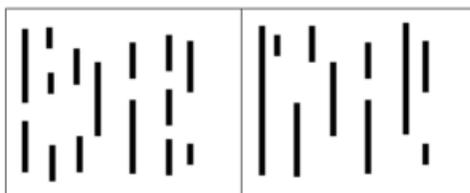
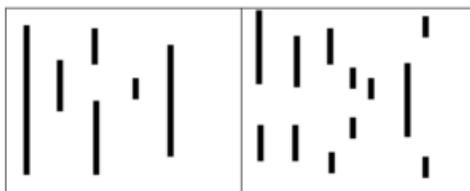
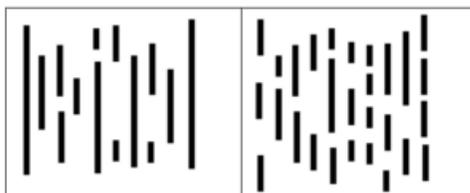
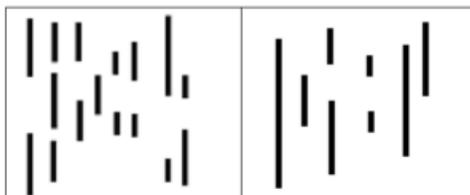


Ahora, vas a tener un tiempo para hacer varios ejercicios como este. Haz todos los que puedas en el tiempo que te vamos a dar. CUANTOS MÁS HAGAS, MEJOR, PERO NO TE SALTES NINGUNO.

NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR



Pasa la página y sigue



Pasa la página y sigue

$5 - 3 =$

$19 - 12 =$

$4 - 1 =$

$17 - 11 =$

$5 - 2 =$

$18 - 15 =$

$4 - 3 =$

$16 - 11 =$

$9 - 8 =$

$13 - 9 =$

$9 - 6 =$

$16 - 7 =$

$7 - 5 =$

$12 - 5 =$

$8 - 6 =$

$15 - 8 =$

$6 - 3 =$

$14 - 6 =$

$9 - 4 =$

$18 - 9 =$

$8 - 2 =$

$26 - 12 =$

$7 - 4 =$

$27 - 15 =$

$6 - 2 =$

$25 - 11 =$

$9 - 3 =$

$29 - 14 =$

Pasa la página y sigue

$36 - 19 =$

$8 - 2 =$

$32 - 19 =$

$9 - 4 =$

$34 - 18 =$

$6 - 3 =$

$35 - 16 =$

$7 - 4 =$

$5 - 2 =$

$16 - 11 =$

$4 - 3 =$

$17 - 11 =$

$5 - 3 =$

$19 - 12 =$

$4 - 1 =$

$18 - 15 =$

$7 - 5 =$

$12 - 5 =$

$9 - 6 =$

$15 - 8 =$

$9 - 8 =$

$16 - 7 =$

$8 - 6 =$

$13 - 9 =$

$6 - 2 =$

$16 - 7 =$

$9 - 3 =$

$14 - 6 =$



Laboratorio de
Cognición Numérica

Nombre y Apellidos: _____

Edad: _____ Curso: _____ Fecha de Evaluación: _____

Colegio: _____

Fíjate en el ejemplo |

3 | 4

REDONDEA EL NÚMERO MÁS ALTO.

Como en el lado de la derecha hay más, pues lo señalamos así:

3 | ④

Ahora, vas a tener un tiempo para hacer varios ejercicios como este. Haz todos los que puedas en el tiempo que te vamos a dar. CUANTOS MÁS HAGAS, MEJOR, PERO NO TE SALTES NINGUNO. REALIZA LA COLUMNA DE LA IZQUIERDA Y LUEGO LA DE LA DERECHA. CUANDO HAYAS ACABADO LA PÁGINA PASA A LA SIGUIENTE.

NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR

$3 \mid 2$ $272 \mid 271$ $4 \mid 1$ $561 \mid 564$ $7 \mid 8$ $797 \mid 786$ $6 \mid 9$ $641 \mid 639$ $13 \mid 14$ $298 \mid 735$ $15 \mid 12$ $695 \mid 810$ $17 \mid 16$ $2001 \mid 1049$ $15 \mid 18$ $7356 \mid 915$

3 | 4

2 | 5

7 | 6

8 | 5

12 | 13

14 | 11

17 | 18

19 | 16

275 | 276

651 | 654

567 | 546

471 | 469

389 | 574

695 | 810

5001 | 4049

569 | 2315



Nombre y Apellidos: _____

Edad: _____ **Curso:** _____ **Fecha de Evaluación:** _____

Colegio: _____

INSTRUCCIONES GENERALES: Para cada una de estas tareas vas a disponer de 1 minuto. Hazlo rápido y lo mejor que puedas.

Tarea 1:

Instrucciones: escribe desde el 0 hasta el 100 de diez en diez:

0, 10...sigue tu _____

Tarea 2:

Instrucciones: escribe desde el 100 hasta el 90 de uno en uno:

100, 99,...sigue tu _____

Tarea 3:

Instrucciones: escribe desde el 0 hasta el 50 de cinco en cinco:

0, 5, ...sigue tu _____

Tarea 4:

Instrucciones: escribe desde el 20 hasta el 0 de dos en dos:

20, 18, ...sigue tu _____

Por favor califica cada ítem en términos de cómo de ansioso o nervioso te sentirías durante el acontecimiento especificado. Usa la siguiente escala y marca tu respuesta en la tabla que aparece a la derecha de los ítems:

Escala:

- 1= Baja ansiedad.**
2= Algo de ansiedad.
3= Ansiedad moderada.
4= Bastante ansiedad.
5= Alta ansiedad.

	Baja ansiedad	Algo de ansiedad	Ansiedad moderada	Bastante ansiedad	Alta ansiedad
a. ¿Cómo de nervioso o ansioso eres en general?	1	2	3	4	5
b. ¿Cómo de ansioso te sentirías haciendo un examen?	1	2	3	4	5
c. ¿Cómo de ansioso te sentirías teniendo que leer en voz alta en clase?	1	2	3	4	5
d. ¿Cómo de ansioso te sientes haciendo un examen de lengua?	1	2	3	4	5
1. ¿Cómo de ansioso te sientes teniendo que usar las tablas de multiplicar de un libro de matemáticas?	1	2	3	4	5
2. ¿Cómo de ansioso te sentirías pensando en un examen de matemáticas el día antes de hacerlo?	1	2	3	4	5
3. ¿Cómo de ansioso te sentirías viendo a un profesor haciendo una operación aritmética complicada en la pizarra?	1	2	3	4	5
4. ¿Cómo de ansioso te sentirías haciendo un examen en una asignatura de matemáticas?	1	2	3	4	5
5. ¿Cómo de ansioso te sentirías si te mandaran para casa muchos problemas de matemáticas difíciles para la próxima clase?	1	2	3	4	5
6. ¿Cómo de ansioso te sentirías escuchando una lección en una clase de matemáticas?	1	2	3	4	5
7. ¿Cómo de ansioso te sentirías escuchando a un compañero explicar un problema de matemáticas?	1	2	3	4	5
8. ¿Cómo de ansioso te sentirías si te hicieran preguntas en una clase de matemáticas?	1	2	3	4	5
9. ¿Cómo de ansioso te sentirías empezando un nuevo capítulo de un libro de matemáticas?	1	2	3	4	5

Razones y Proporciones

Docente: Didier Rodrigo Molina Romero

2022



Presentación

La presente cartilla trata acerca de razones y proporciones, y busca que los estudiantes tengan una herramienta nueva y novedosa de aprender, en la cual se revisa la definición de fracción, razón y proporción, acompañada de una secuencia de contenidos y ejemplos que facilite el proceso de aprendizaje de dicho tema.

Contenido

Justificación	5
Objetivo General.....	¡Error! Marcador no definido.
Objetivos específicos	¡Error! Marcador no definido.
La fracción.....	6
¿Y cómo se le llama a cada parte?	8
¿En forma numérica cómo se puede escribir?	8
¿Puedo partir en distintas maneras?	11
Repaso de lo aprendido hasta el momento.....	13
Fracción es partes respecto a un total	13
Fracciones en nuestra vida cotidiana.	15
Recursos.....	16
● Razón y fracción.....	17
● ¿Cómo calculamos una razón?	19
Razones iguales.....	20
Proporciones.....	23
Solución de ecuaciones	24

Propiedades de las proporciones	30
Ejemplos de proporciones	33



Justificación

Muchos estudiantes presentan dificultades en los procesos de aprendizaje de la matemática, y no tienen recursos adicionales en los cuales puedan indagar más sobre el tema, tan solo se quedan con la explicación impartida por el docente, por tal motivo esta cartilla tiene el propósito de contribuir a la formación de habilidades y destrezas en el área de matemáticas para tener una mejor interpretación de las razones y proporciones, dirigido para estudiantes que pueden presentar dificultad en el aula con respecto al aprendizaje del tema.

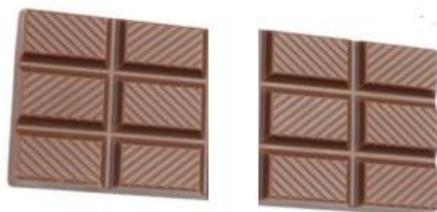
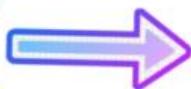


La fracción.

Para la comprensión de lo que representa una fracción, se empieza por saber partir en partes iguales un objeto, ejemplo, se desea partir una chocolatina en dos partes iguales.



Correcto



Como se evidencia, ambas partes de la chocolatina son iguales. Es importante tener en cuenta que el tamaño de las partes debe ser iguales entre si, no puede quedar una parte más grande que la otra, de lo contrario sería incorrecto.

Otro ejemplo es partir en 4 partes iguales la misma chocolatina.



Actividad #1

(partes iguales)

- Si quisiéramos partirla en 12 pedazos iguales ¿Cómo nos quedaría? (Dibuja la chocolatina partida en 12 pedazos iguales).

¿Y cómo se le llama a cada parte?



De acuerdo con la cantidad de partes iguales en las que se haya partido la chokolatina, así mismo se llama cada parte.

Si se partió en dos partes iguales, cada parte se llama un medio. Si se partió en tres partes iguales, cada parte se llama un tercio, en cuatro partes iguales se llama un cuarto, en

cinco partes iguales se llama un quinto y así sucesivamente hasta cuando se parten en diez partes iguales se llama un décimo; de ahí en adelante se indica la cantidad de partes en las que se ha partido y se le agrega al final "avo" ejemplo, si partimos en doce partes iguales, cada parte se llamaría un doceavo.

¿En forma numérica cómo se puede escribir?

Un cuarto se escribe $\frac{1}{4}$ → Denominador
 → Numerador

Un doceavo se escribe $\frac{1}{12}$

De acuerdo con la cantidad de partes que se hayan dividido, ese será el número que va en la parte de abajo, el cual llamaremos denominador, y el número que va en la parte de arriba lo llamaremos numerador.

Ahora si yo parto la chocolatina en cuatro partes iguales, y selecciono tres de ella, ¿cómo se llamarían esas tres partes seleccionadas?



$\frac{3}{4}$ Tres cuartos.

Como cada parte se llama un cuarto, tener dos partes se llamaría dos cuartos y en este caso que se tienen seleccionados tres partes, se llamaría tres cuartos.

Actividad #2

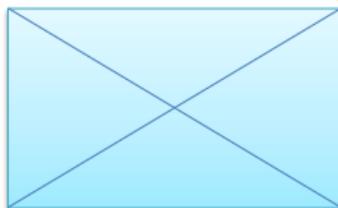
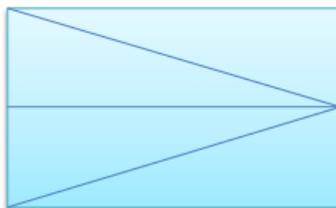
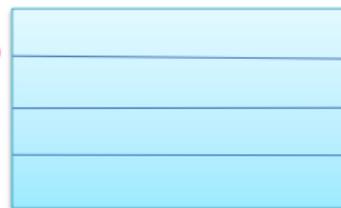
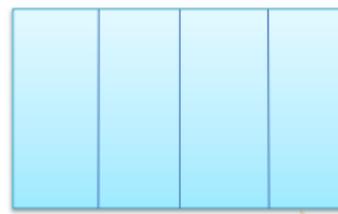
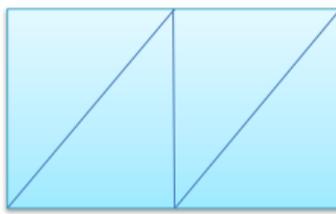
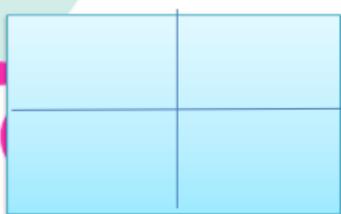
(cómo se llaman las fracciones)

- Si quisiéramos seleccionar $\frac{5}{12}$ de la chocolatina ¿Cómo nos quedaría? (Dibuja la chocolatina partida en 12 pedazos iguales y seleccionando 5 pedazos).

¿Puedo partir en distintas maneras?



Se puede partir de muchas formas distintas la unidad, siempre y cuando cada uno de los pedazos sea igual o representen lo mismo. Para analizar esto, partiremos un rectángulo en cuatro partes iguales de distintas maneras.



Actividad #3

(formas de partir)

- De que otra manera se podría partir el rectángulo en cuatro partes iguales.
- De qué manera se podría partir el rectángulo en 6 partes iguales.

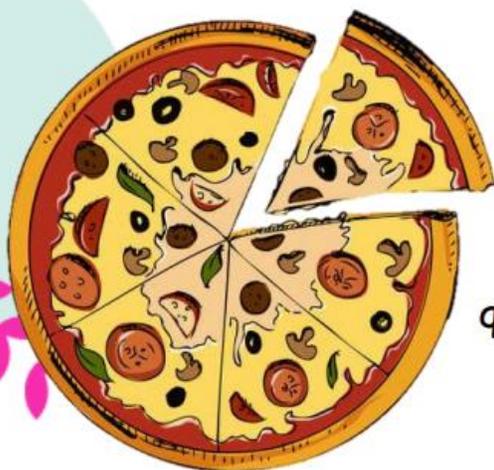


Definiciones

"Así como los números naturales surgen para expresar cantidades que se refieren a objetos enteros, las fracciones son consecuencia de expresar cantidades donde los objetos están partidos en partes iguales.

Una fracción es el cociente de dos números. Es decir, es una división sin realizar. Una fracción representa el valor o número que resulta al realizar esa división." (Corral, 2009).

Repaso de lo aprendido hasta el momento



En la casa pedimos una pizza que viene partida en 6 partes iguales, si alguien come un pedazo.

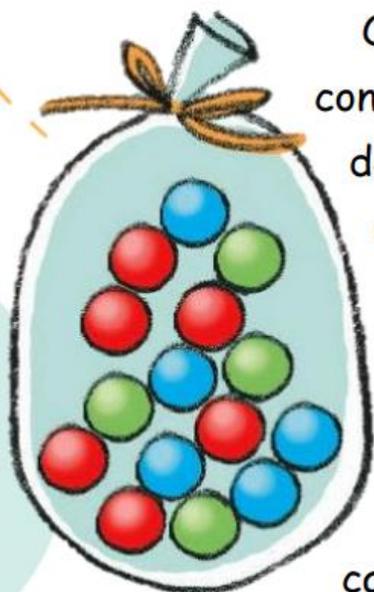
¿Cuánto representa la porción que se consumio?

¿Qué cantidad de pizza quedó?

Alguien consumió $\frac{1}{6}$ de la pizza y quedó $\frac{5}{6}$ de la pizza.

Fracción es partes respecto a un total

Su pongamos que en el salón de clase hay 20 estudiantes, el cual sería nuestro total. Es decir, si yo tomo el total de estudiantes que tienen el salón, y divido en 20, significa que cada estudiante representa un veinteavo $\frac{1}{20}$ del salón.



Otro ejemplo. Pedro tiene una bolsa con dulces de diferentes colores. El desea saber qué cantidad representa en la bolsa los dulces azules.

Lo primero que tenemos que hacer es contar el total de dulces de la bolsa. En este caso hay 15 dulces en total, lo cual significa que cada dulce es $\frac{1}{15}$ de la bolsa.

Ahora, si hay 5 dulces azules, significa que los dulces azules representan cinco quinceavos de la bolsa ($\frac{5}{15}$).

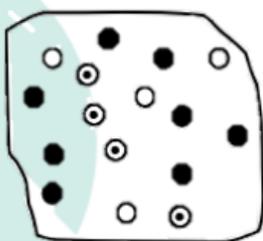
Si miramos en los ejemplos anteriores, se toma el total de los elementos como una unidad, a la cual podemos partir en partes iguales, de acuerdo con la cantidad de elementos que exista, es decir si tengo un en mi cartuchera 5 esferos, cada esfero sería un quinto.



Actividad #4

(partes de un total)

En el siguiente conjunto de canicas, ¿Qué parte corresponde a cada color?



Negro:	_____	_____
	Escribir en palabras	En números
Punteado:	_____	_____
	Escribir en palabras	En números
Blanco:	_____	_____
	Escribir en palabras	En números

Fracciones en nuestra vida cotidiana.



Comúnmente utilizamos expresiones como, en media hora nos vemos, o, falta un cuarto de hora. Ahora comprendemos que si una hora tiene en total 60 minutos, media hora sería 30 minutos, y un cuarto de hora sería partir esos 60 minutos en cuatro partes iguales, que serían 15 minutos. También utilizamos otras expresiones cotidianas como lo es, cabe un tercio de litro, toca aplicar tres cuartos de harina en la receta, entre otras.

Recursos.

En los siguientes códigos QR encontraras material de apoyo para reforzar lo aprendido hasta aquí.



Juego scratch sobre fracciones



Cartilla sobre fracciones



juego de memoria de fracciones



Actividades y explicación de fracciones

Razón y fracción.

¹ Cuando se compara dos cantidades, estas se pueden expresar en forma de fracción, un claro ejemplo sería, suponer que en los juegos inter-cursos del colegio en la categoría de voleibol, el grado séptimo ha ganado 4 de los 6 partidos jugados. Si se desea tener una relación entre



¹ <https://www.pngwing.com/es/free-png-bpbdd>

los partidos ganados y los partidos jugados, quedaría de la siguiente manera: $\frac{4}{6}$

Esta forma de comparar el resultado de los partidos ganados entre los partidos jugados, y expresarlo en forma de fracción es lo que se denomina "razón".

Otro ejemplo es, si una motociclista realiza un recorrido de 120km en dos horas, se puede señalar que la motociclista ha avanzado a una razón

$$\text{de } \frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



Definiciones

La razón es la relación entre dos cantidades (objetos, personas, estudiantes, unidades, etc.) expresado como una fracción. Si se tiene una cantidad a y una cantidad b , la razón entre ellas se simboliza $\frac{a}{b}$ y se lee "a" es a "b", donde

² <https://www.pngwing.com/es/free-png-nzfsc>

a "a" se le denomina antecedente y a "b" se le denomina consecuente. (Santillana, 2013).

¿Cómo calculamos una razón?



La fracción se puede analizar como si fuera una división sin realizar, en el caso de querer calcular una razón basta con realizar la división. En el ejemplo de la motociclista decíamos que avanza a una razón de $\frac{120km}{2h}$ lo cual podemos calcular así:

$$120km \div 2h = 60 \frac{km}{h}$$

Actividad #5

(Escribiendo una razón)

- Escriba la razón entre la distancia recorrida por un automóvil y el tiempo empleado:
 - Distancia de 300km y tiempo empleado de 3 horas

- Distancia de $15000m$ y tiempo empleado de $30s$

Escriba la razón para cada una de las situaciones

- Doce de cada catorce estudiantes les gusta los deportes
- Juan en las olimpiadas matemáticas contesto bien 5 de las 7 preguntas
- En un colegio hay 600 niñas y 400 niños, cual es la razón entre el número de niñas y la cantidad total de estudiantes

● *Razones iguales*

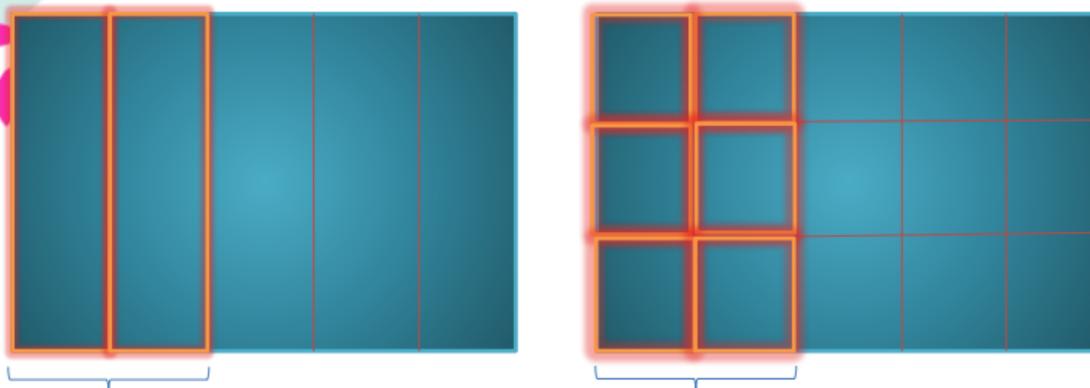
● Dos razones pueden ser iguales, aun cuando sus números sean diferentes. Una manera sencilla de comprobar es realizar una multiplicación cruzada y verificar que los resultados se han iguales

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} \times \frac{6}{15} \quad 2 \times 15 = 30 \quad ; \quad 5 \times 6 = 30$$

Al realizar la multiplicación cruzada sus resultados son iguales podemos concluir que $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, de manera gráfica también se evidencia esta igualdad.

Desde un punto de vista gráfico, se puede también comprobar su equivalencia.



de esta manera se observa que ambas partes son iguales, por tanto se deduce que las razones son iguales o equivalentes.

Otro ejemplo es comprobar si la razón 2 es a 3 es igual a la razón con antecedente 10 y consecuente 15.

Lo primero es colocar estas razones en forma de fracción para luego comprobar si son iguales.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{10}{15}$$

$$2 \times 15 = 30$$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

$$3 \times 10 = 30$$

En este caso ambas razones son iguales.

Actividad #6

(igualando razones)

Comprobar si las siguientes razones son iguales

- $\frac{7}{3} \quad \frac{14}{6}$

- $\frac{3}{4} \quad \frac{9}{12}$

- $\frac{7}{11} \quad \frac{14}{22}$

Proporciones.

Una proporción es la igualdad entre dos o más razones

Ejemplo:

$$\frac{120}{2} = \frac{180}{3}$$

El resultado que resulta al realizar la división de cada razón se denomina constante de proporcionalidad, para este caso es:

$$120 \div 2 = 60$$

$$180 \div 3 = 60$$

Para este caso, la constante de proporcionalidad es 60. En forma más general

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

K: constante de proporcionalidad

a, d: Se denominan extremos

b, c: Se denominan medios

Por ejemplo, la proporción $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ se lee " tres es a cinco como doce es a veinte". Para este caso 3 y 20 son los extremos y 5 y 12 serian los medios.

Otro ejemplo:

$$\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{30}{15} = \frac{100}{50} = 2$$

Se tiene una proporción de cuatro razones en donde la constante de proporcionalidad es 2.

Solución de ecuaciones

Una ecuación es una igualdad en la que desconocemos uno o varios valores el cual se denominan incógnitos.

La igualdad es la equivalencia entre dos expresiones conectadas a través del signo = en el cual, ambas expresan el mismo valor. Es como si tuviéramos una balanza en el cual para que quede en equilibrio, a ambos lados debemos mantener las mismas cantidades.



Basándonos en la misma idea de la balanza, sabremos que, si en uno de los lados agregamos cierta cantidad, para poder mantener la balanza en equilibrio tendremos que agregar al otro lado de la balanza la misma cantidad. Tal cual como pasa en la balanza, así mismo pasa en una igualdad, por tanto la operación que yo haga en uno de los lados de la igualdad, también tendremos que realizar la misma operación al otro lado de la igualdad, siempre teniendo en cuenta que nuestro propósito será dejar en uno de los lados de la igualdad, la incógnita sola.

$$x + 2 = 9$$

$$x + 2 - 2 = 9 - 2$$

$$x = 7$$

Otro ejemplo es cuando hay un número que esté multiplicando a la incógnita.

$$2x + 2 = 10$$

$$2x + 2 - 2 = 10 - 2$$

$$2x = 8$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

Recordemos que una fracción es una división no realizada, y que para poder cancelar una multiplicación es necesario dividir por la misma cantidad por la cual se estaba multiplicando. De igual forma para cancelar una división es necesario multiplicar la fracción por la cantidad del denominador.

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{x}{2} \times 2 = \frac{3}{6} \times 2$$

$$x = \frac{6}{6} = 1$$

Otro ejemplo utilizando también es utilizando el principio para comprobar la igualdad entre dos razones.

$$\frac{6}{10} = \frac{30}{y}$$

$$6 \times y = 30 \times 10$$

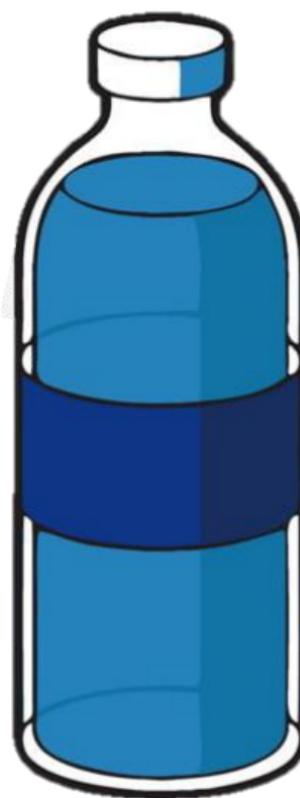
$$6y = 300$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{300}{6}$$

$$y = 50$$

Ya teniendo un manejo de cómo solucionar una proporción con alguna incógnita, veremos cómo emplear esto en un problema.

Una bebida contiene 70 mg de sodio por cada 250mL, ¿Cuántos miligramos de sodio hay en una botella de 450mL de esta bebida? Lo primero es plantear la proporción para disponer a resolverla, en este caso es la razón entre la cantidad de sodio y la cantidad de bebida, y la incógnita es la cantidad de sodio que hay en 450mL de bebida.



$$\frac{70\text{mg}}{250\text{mL}} = \frac{x}{450\text{mL}}$$

$$\frac{70\text{mg} \times 450\text{mL}}{250\text{mL}} = x$$

$$\frac{31500 \text{ mg} \times \text{mL}}{250 \text{ mL}} = x$$

$$126 \text{ mg} = x$$

Finalmente una botella de 450mL de bebida, contiene 126mg de sodio.

Otra situación es al preparar masa, la receta indica que es necesario emplear una taza de agua por cada cuatro tazas de harina de trigo. Si se tiene 16 tazas de harina de trigo ¿Cuántas tazas de agua se deben emplear?

Se plantea la proporción

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{16}$$

$$\frac{1}{4} \times 16 = \frac{x}{16} \times 16$$

$$\frac{16}{4} = x$$

$$4 = x$$

Se despeja la incognita

X para este caso es el valor de las tazas de agua que se desconocen

Por tanto para realizar una masa en donde se emplee 16 tazas de harina es necesario emplear 4 tazas de agua.

Actividad #7

(encontrando el valor oculto)

Dadas las proporciones, calcular el valor de la incognita

- $\frac{x}{4} = \frac{15}{12}$
- $\frac{63}{x} = \frac{9}{7}$
- $\frac{8}{5} = \frac{64}{y}$

Propiedades de las proporciones

Existen circunstancias, en la cuales la solución de ecuaciones, no son suficientes para poder encontrar el valor de la incógnita en una proporción, por tanto, existen situaciones en las que son necesarias emplear las siguientes propiedades:

(Tener en cuenta que a, b, c, d son cantidades cualesquiera, se escriben de esta manera para comprender la propiedad de forma general)

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ y $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

Es propiedad es apropiada cuando quede el valor de la incógnita en el denominador de alguna de las razones.

Ejemplo:

$$\triangleright \frac{2}{x} = \frac{4}{14}$$

empleando la propiedad nos queda $\frac{2}{4} = \frac{x}{14}$ o $\frac{14}{x} = \frac{4}{2}$

Para este caso se escoge $\frac{2}{4} = \frac{x}{14}$

$$\frac{2}{4} \times 14 = \frac{x}{14} \times 14$$

$$\frac{28}{4} = x$$

$$7 = x$$

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Esta propiedad resulta apropiada, en situaciones donde el mismo problema nos brinda la suma o resta de los numeradores y también brinda la suma o resta de los denominadores de cada razón, pero se desconoce los denominadores de cada una o también cuando se desconocen los dos numeradores.

Ejemplo

Si $\frac{x}{7} = \frac{y}{14}$, sabiendo que $x + y = 6$ y $7 + 14 = 21$

Empleando la propiedad

$$\frac{x + y}{7 + 14} = \frac{y}{14}$$

$$\frac{6}{21} = \frac{y}{14}$$

$$\frac{6}{21} \times 14 = \frac{y}{14} \times 14$$

$$\frac{84}{21} = y$$

$$4 = y$$

Aplicando
propiedad y
reemplazando

$$\frac{x + y}{7 + 14} = \frac{x}{7}$$

$$\frac{6}{21} = \frac{x}{7}$$

$$\frac{6}{21} \times 7 = \frac{x}{7} \times 7$$

$$\frac{42}{21} = x$$

$$2 = x$$

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$

Esta propiedad resulta apropiada, en situaciones donde el problema nos brinda la suma o resta de cada numerador y denominador de cada razón y adicional se conoce una de las razones, pero se desconoce la otra.

Ejemplo

Si $\frac{2}{7} = \frac{x}{y}$, sabiendo que $x + y = 18$

Empleando la propiedad

$$\frac{2 + 7}{7} = \frac{x + y}{y}$$

$$\frac{9}{7} = \frac{18}{y}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{y}{18}$$

$$\frac{7}{9} \times 18 = \frac{y}{18} \times 18$$

$$\frac{126}{9} = y$$

$$14 = y$$

Un ejemplo es la razón entre la masa corporal de Luis y de Daniel es $\frac{2}{3}$. Si se suman la masa de ambos se obtienen 90kg
¿Cuál es la masa corporal de Daniel?

$$\frac{L}{D} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{L + D}{D} = \frac{2 + 3}{3}$$

$$\frac{90Kg}{D} = \frac{5}{3}$$

$$90Kg \times 3 = 5 \times D$$

$$270Kg = 5 \times D$$

$$\frac{270Kg}{5} = D$$

$$54Kg = D$$

Por tanto, la masa corporal de Daniel es de 54Kg.

Ejemplos de proporciones



Datos curiosos de la proporcionalidad

- Proporcionalidad en arquitectura



- Proporción aurea



- Proporciones en triángulos



Anexo III: Aplicación test Berde

 **UMA**
UNIVERSIDAD DE
MAGALHÃES

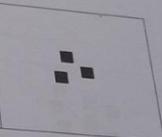
Laboratorio de
Cognición Numérica

Nombre y Apellidos: Viral Rojas Quispe

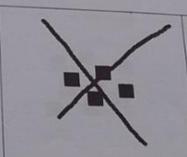
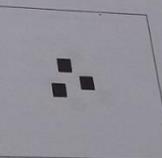
Edad: 13 Curso: 7º Fecha de Evaluación: 18

Colegio: Tróvora Aja Villa Vicos

Fijate en el ejemplo

	
---	---

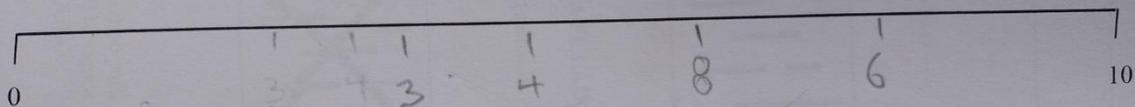
SEÑALA EL LADO QUE TENGA MÁS "CUADRITOS".
Como en el lado de la izquierda hay más, pues lo señalamos así:

	
---	--

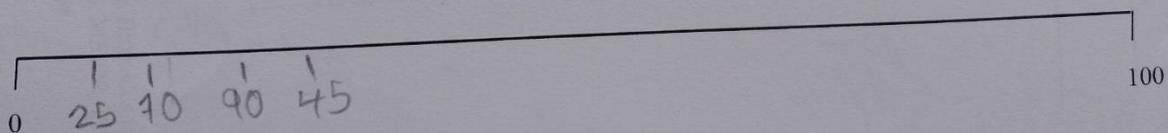
Ahora, vas a tener un tiempo para hacer varios ejercicios como este. Haz todos los que puedas en el tiempo que te vamos a dar. CUANTOS MÁS HAGAS, MEJOR, PERO NO TE SALTES NINGUNO.

NO EMPIECES TODAVÍA, ESPERA LAS INSTRUCCIONES DEL PROFESOR

hora coloca en esta línea los números: 3, 4, 8 y 6. Ya sabes, dibuja una raya donde iría cada uno y debajo el número correspondiente. Colocado el número no lo cambies de lugar.



Ahora imagina que la línea de debajo va del 0 al 100, coloca los números 25, 70, 90 y 45. Una vez colocado el número no lo cambies de lugar.



$$36 - 19 = 17$$

$$32 - 19 = 13$$

$$34 - 18 = 16$$

$$35 - 16 = 19$$

$$5 - 2 = 3$$

$$4 - 3 = 1$$

$$5 - 3 = 2$$

$$4 - 1 = 3$$

$$7 - 5 = 2$$

$$9 - 6 = 3$$

$$9 - 8 = 1$$

$$8 - 6 = 2$$

$$6 - 2 = 4$$

$$9 - 3 = 6$$

$$8 - 2 = 6$$

$$9 - 4 = 5$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$16 - 11 = 5$$

$$17 - 11 = 6$$

$$19 - 12 = 7$$

$$18 - 15 = 3$$

$$12 - 5 = 7$$

$$15 - 8 = 7$$

$$16 - 7 = 9$$

$$13 - 9 = 4$$

$$16 - 7 = 9$$

$$14 - 6 = 8$$

Anexo VI: Aplicación de cartilla

